JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Elevers reflektioner om subtraktionsstrategier

En intervjustudie med elever i årskurs 4 och 6

KURS: *Examensarbete för grundlärare 4–6, 15hp*

PROGRAM: *Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4–6*

FÖRFATTARE: *Ellinore Mattsson*

EXAMINATOR: *Andreas Eckert*

TERMIN: *VT21*

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

SAMMANFATTNING

Ellinore Mattsson

Elevers reflektioner om subtraktionsstrategier

En intervjustudie med elever i årskurs 4 och 6

Antal sidor: 29

Under mina verksamhetsförlagda utbildningar har jag uppmärksammat att flera elever endast behärskar en huvudräkningsstrategi och att de därav inte anpassar strategin utefter uppgiftens utformning. Således är syftet med den här studien att bidra med insikt om elevers subtraktionsstrategier vid huvudräkning. Det här syftet avser jag att uppfylla genom att karaktärisera elevernas reflektioner om subtraktionsstrategier i förhållande till olika aspekter inom det teoretiska ramverket six-lens framework. Studien bygger på en kvalitativ metod. Datainsamlingsmetoden har bestått av intervjuer som har inletts med att eleverna har fått lösa en subtraktionsuppgift med hjälp av en huvudräkningsstrategi. Vid intervjuerna har studien inte fokuserat på huruvida eleverna svarar rätt eller fel på uppgiften, inte heller om eleverna väljer rätt eller fel huvudräkningsstrategi. Istället inriktar sig studien på hur eleverna reflekterar och tänker. Studiens resultat visar att en övervägande del av eleverna inte tillämpar en lämplig huvudräkningsstrategi, de värderar inte heller den valda strategins relevans utifrån hur uppgiften är utformad. Det här innebär att de inte uppnår två av de totalt fem förmågorna inom matematikämnet.

Sökord: huvudräkning, huvudräkningsstrategier, subtraktion, reflektion, six-lens framework

---

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

ABSTRACT

Ellinore Mattsson

Students' reflections on subtraction strategies

An interview study with students in grades 4 and 6

Pages: 29

During my work-based training, I have noticed that several students only master one mental arithmetic strategy and that they therefore do not adapt the strategy according to the design of the task. Thus, the purpose of this study is to provide insight into students' subtraction strategies in mental arithmetic. I intend to fulfill this purpose by characterizing the students' reflections about subtraction strategies in relation to different aspects of the theoretical framework called six-lens framework. The study is based on a qualitative method. The data collection method has consisted of interviews that have been initiated with the students having to solve a subtraction task by using a mental arithmetic strategy. In the interviews, the study did not focus on whether the students answered the task correctly or incorrectly, nor whether the students chose the right or wrong mental arithmetic strategy. Instead, the study focuses on how students reflect and think. The result of the study show that a predominant part of the students does not apply a suitable mental arithmetic strategy, nor do they evaluate the relevance of the chosen strategy based on how the task is designed. This means that they do not achieve two of the five abilities in the mathematic subject.

Innehållsförteckning

1. INLEDNING **1**

2. BAKGRUND **2**

2.1 HUVUDRÄKNING 2
2.2 SUBTRAKTIONSSTRATEGIER 2
2.3 SUBTRAKTIONSSTRATEGIER I STYRDOKUMENTEN 3
2.4 TIDIGARE FORSKNING OM UNDERVISNING OCH LÄRANDE OM SUBTRAKTIONSSTRATEGIER 4
2.5 BETYDELSEN AV GOD TALUPPFATTNING 5
2.6 TEORETISKT RAMVERK 6

3. SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR **8**

4. METOD **9**

4.1 URVAL 9
4.2 INTERVJU 10
4.3 MATERIALANALYS 11
4.4 ETISKA ÖVERVÄGANDEN 13

5. RESULTAT **15**

5.1 MATEMATISKA IDÉER – HUVUDRÄKNINGSSTRATEGIER 15
5.2 EXPLICITA OCH IMPLICITA MÅL – VARFÖR ELEVER FÅR UNDERVISNING OM HUVUDRÄKNING 18
5.3 UPPGIFTER OCH AKTIVITETER SAMT INTERAKTIONER MED ELEVER – HELKLASSDISKUSSIONER 19
5.4 DILEMMAN OCH BESLUTSTAGANDEN – SVÅRIGHETER INOM MATEMATIKUNDERVISNINGEN 20

6. DISKUSSION **22**

6.1 METODDISKUSSION 22
6.2 RESULTATDISKUSSION 24
6.2.1 MATEMATISKA IDÉER - HUVUDRÄKNINGSSTRATEGIER 24
6.2.2 MÅL MED UNDERVISNINGEN 25
6.2.3 UPPGIFTER OCH AKTIVITETER SAMT INTERAKTION MED ELEVER 26
6.2.4 DILEMMAN OCH BESLUTSTAGANDEN 27
6.2.5 SLUTORD OCH FÖRSLAG TILL VIDARE FORSKNING 28

REFERENSLISTA **30**

BILAGA 1 ..... **1**

BILAGA 2 ..... **2**

1. **Inledning**

Enligt *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet* (Lgr 11) ska elever ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att ”välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter” samt ”formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder” (Skolverket, 2019, s. 55). Således förväntas elever kunna identifiera vilken metod som lämpar sig bäst beroende på uppgifters utformning. Det räcker alltså inte med att elever endast kan utföra beräkningar på ett enda sätt eller med en enda metod. Trots detta visar tidigare forskning att elever, vid huvudräkning, tillämpar den strategi de känner sig bekvämast med. Likaså har det framkommit att elever vanligen använder samma strategi vid beräkningar, även om en annan strategi hade varit såväl lämpligare som effektivare att använda (Norton, 2013; Torbeyns & Verschaffel, 2015; Ulu & Ozdemir, 2018; Yang & Huang, 2014).

Under tidigare verksamhetsförlagda utbildningar har jag uppmärksammat att flera elever, från olika skolor, inte uppfyller tidigare nämnda förmåga. Jag har observerat att elever utför beräkningar med samma strategi, oavsett hur uppgiften är utformad. Det här gör de utan att värdera strategins lämplighet i förhållande till uppgiftens karaktär, vilket överensstämmer med tidigare forskning. Med tanke på att majoriteten av elever kanske endast behärskar en strategi är det dock inte särskilt förvånande att de inte heller värderar den valda strategin. Mot denna bakgrund har jag blivit intresserad av att få en fördjupad förståelse för vilka orsaker som ligger bakom elevers val av metod. Följaktligen syftar den här studien till att identifiera elevers spontana reflektioner om subtraktionsstrategier. För att komma åt dessa reflektioner har fyra elever från årskurs 4 och tre elever från årskurs 6 intervjuats. Med utgångspunkt i det teoretiska ramverket six-lens framework (Karsenty, 2018) har studien utgått från fem av de sex olika aspekterna som kan bidra med en nyanserad bild av elevers spontana reflektioner inom subtraktion.

2. Bakgrund

I följande avsnitt kommer begreppet huvudräkning definieras följt av en presentation av flera olika subtraktionsstrategier. Vidare kommer bakgrunden redogöra för hur dessa subtraktionsstrategier behandlas i styrdokumenten följt av tidigare forskning inom området. Avslutningsvis kommer bakgrunden beskriva betydelsen av en god taluppfattning samt vilket teoretiskt ramverk studien bygger på.

2.1 Huvudräkning

Begreppet huvudräkning kan definieras på olika sätt. I *Kommentarmaterialet till kursplanen i matematik* (Skolverket, 2017) skiljs begreppen huvudräkning och skriftlig beräkning åt, vilket kan tolkas som att huvudräkning definieras som en beräkning som görs utan att notera beräkningsprocessen. Rockström (2002) menar dock att det finns något som kallas skriftlig huvudräkning, vilket beskrivs som en metod där huvudräkningstankarna noteras som ett mellanled. Enligt Yang och Huang (2014) definieras huvudräkning som en tänkande process där man utnyttjar sin förståelse av tal och tals egenskaper samt utför beräkningar utan några externa hjälpmedel, exempelvis papper och penna. Den här studien kommer förhålla sig till den sistnämnda definitionen.

Om en människa besitter en god huvudräkningsförmåga indikerar det att personen, på ett enkelt och flexibelt sätt, kan lösa vardagliga matematiska problem mentalt. Ett exempel på en matematisk situation som kan uppstå i vardagen är när priset på en rabatterad produkt ska räknas ut. Eftersom majoriteten av de beräkningar som sker i vuxenlivet genomförs med hjälp av huvudräkning, kan det indikera att en god huvudräkningsförmåga är fördelaktigt (Threlfall, 2002).

2.2 Subtraktionsstrategier

Det finns flera subtraktionsstrategier vid huvudräkning. Några av de mest förekommande är runda tal och överslagsräkning, komplettera (lägga till), standardberäkning, talsorter var för sig, jämföra och göra lika tillägg (Löwing, 2017). De här strategierna kommer förklaras med operationen 71 – 53 som exempel.

Runda tal och överslagsräkning går ut på att talen byts ut mot närliggande tal som är lättare att hantera i huvudet. Vid beräkning av 71 – 53 kan talet 53 bytas ut mot det runda talet 50 vilket ger 71 – 50 = 21. Eftersom endast 50 har subtraherats kräver det att ytterligare 3 subtraheras från talet 21 för att få det exakta svaret 18.

Komplettera (lägga till) innebär att elever utgår från 53 och kompletterar talet så att summan blir 71. Det här görs genom att exempelvis lägga till 7 till 53 för att få det jämna tiotalet 60. Sedan är det 11 kvar till 71. Differensen 71 – 53 är alltså lika med 7 + 11 = 18.

Standardberäkning går ut på att det ena talet behålls som en helhet, i det här fallet 71, och det andra talet delas upp, 53 = 50 + 3. Beräkningen görs i två steg enligt följande:

71 – 50 = 21; 21 – 3 = 18.

Talsorter var för sig bygger på att de båda talen delas upp i tiotal och ental. Subtraktionerna utförs med tiotalen för sig och entalen för sig. Slutligen summeras de båda delresultatet. 71 – 53 = (70 – 50) + (1 – 3) = 20 + (-2) = 18.

J*ämföra* går ut på att de båda talen jämförs med exempelvis 60. Eftersom 71 är 11 mer än 60 och 53 är 7 mindre än 60 blir differensen 11 + 7 = 18.

Lika tillägg går ut på att samma summa adderas till båda talen, i detta exempel adderas 7 till både 71 och 53 vilket ger 78 – 60 = 18 (Löwing, 2017).

Det ska också tilläggas att det finns elever som använder standardalgoritmen som en huvudräkningsstrategi. Det här gör de genom att visualisera standardalgoritmen i huvudet (McIntosh, 2015). Tidigare forskning visar dock att användandet av standardalgoritmen som en huvudräkningsstrategi leder till svårigheter med tals värde, då elever ser tiotalen som ental, vilket resulterar i felaktiga beräkningar (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019; Erdem, 2017).

2.3 Subtraktionsstrategier i styrdokumenten

Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2019) använder begreppet metod både för det jag i denna studie kallar för strategi men också för metoder på ett mer övergripande plan, som att använda huvudräkning och skriftliga beräkningar. När jag skriver om olika sätt att utföra en beräkning kommer jag använda

begreppet strategi. Huvudräkning och skriftlig beräkning kan ses som två metoder där det inom huvudräkning grenar ut i flera olika strategier.

All planering och genomförande av undervisning tar sin utgångspunkt i styrdokumenten. Enligt kursplanen för ämnet matematik är syftet med undervisningen att eleven ska ges förutsättningar att ”utveckla sin förmåga att välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter” samt ”formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder” (Skolverket, 2019, s. 56). Detta innebär att elever ska kunna urskilja vilken metod som är lämpligast baserat på uppgiftens utformning, med avsikten att utföra beräkningen på ett effektivt sätt. En konsekvens av att elever utvecklar goda kunskaper om metoder är att de kan lägga mer kraft på att hantera svårare problem än själva genomförandet av olika beräkningar (Skolverket, 2017). För att uppnå tidigare nämnda syfte bör matematikundervisningen innehålla flera centrala metoder för beräkningar vid huvudräkning och överslagsräkning. Däremot är det inte explicit formulerat i styrdokumenten vilka huvudräkningsstrategier elever ska lära sig.

Undervisningen ska även beröra dessa centrala metoders användning och lämplighet i olika situationer. Det är också väsentligt att elever, genom matematikundervisningen, ges möjlighet att utveckla förmågan att göra en rimlighetsbedömning vid beräkningar och uppskattningar i vardagliga situationer (Skolverket, 2019). Om man tittar i kunskapskraven framkommer det tydligt att det inte räcker med att elever endast kan behärska en strategi, de behöver nämligen ha kunskap om flera olika strategier. Det här beskrivs uttryckligen i ett av kunskapskraven där det, för betyget E, står att elever ska klara av att ”lösa enkla problem . . . på ett i huvudsak fungerade sätt genom att välja och använda strategier och metoder med viss anpassning till problemets karaktär” (Skolverket, 2019, s. 60).

2.4 Tidigare forskning om undervisning och lärande om subtraktionsstrategier

Det är vanligt förekommande att elever inte väljer en huvudräkningsstrategi beroende på uppgiftens utformning, utan att de väljer den strategi som de känner sig mest bekväma med att utföra (Norton, 2013; Torbeyns & Verschaffel, 2015; Ulu & Ozdemir, 2018; Yang &

Huang, 2014). För att elever ska kunna utveckla förmågan att välja och använda den strategi som är lämpligast för en specifik uppgift, krävs det att de behärskar flera olika huvudräkningsstrategier. Om eleverna behärskar flera olika huvudräkningsstrategier leder det till att de har fler huvudräkningsstrategier att välja mellan och som de dessutom känner sig bekväma med att utföra. Det här kan i sin tur medföra att eleverna väljer och tillämpar den strategi som är lämpligast för en specifik uppgift (Erdem, 2017; Hickendorff et al., 2010).

Tidigare forskning visar att elevers val av metod påverkas av vad undervisningen har behandlat under den senaste tiden (Norton, 2013; Yang & Huang, 2014). Om undervisningen nyligen har behandlat utförandet av standardalgoritmer kommer alltså eleverna påverkas av det här och utföra beräkningar med den här metoden. Det är också så att lärares attityder till olika huvudräkningsstrategier och på vilket sätt de presenteras kan komma att påverka elevernas val av strategi. De huvudräkningsstrategier som lärare väljer att ta med i sin undervisning, är de strategier som eleverna sedan väljer att tillämpa (Blöte et al., 2000). Inom matematikundervisningen finns det en risk för att vissa huvudräkningsstrategier kan anses vara enklare att lära ut (Threlfall, 2002). Det här resulterar i att andra huvudräkningsstrategier utesluts ur undervisningen, vilket leder till att elever inte ges möjlighet att lära sig flera olika strategier.

2.5 Betydelsen av god taluppfattning

För de elever som har grundläggande kunskaper i de fyra räknesätten och en god taluppfattning ges en större möjlighet att tillägna sig en god huvudräkningsförmåga. Om elevers kunskaper däremot brister när det kommer till grundläggande räkning och taluppfattning, kan det leda till stora problem. Taluppfattning innebär bland annat att en person har en övergripande förståelse för tal och operationer. Vidare kan denna förståelse ligga till grund för att utveckla lämpliga och effektiva strategier (Reys et al., 1995). Genom en god taluppfattning ska elever kunna räkna och operera med tal utan att behöva lägga för stor kraft på att tänka (Löwing, 2017). Taluppfattning och huvudräkningsstrategier har en nära koppling till varandra. För att utveckla elevers förmåga att tillämpa och värdera huvudräkningsstrategier krävs en god taluppfattning och för att utveckla elevers taluppfattning bör de arbeta med olika huvudräkningsstrategier (Heiberg Solem, Alseth &

Nordberg, 2011; Yang & Huang, 2014). Det sker alltså en växelverkan mellan taluppfattning och huvudräkningsstrategier. Vidare är en god taluppfattning en förutsättning för att elever ska kunna tillämpa huvudräkningsstrategier på ett effektivt sätt (Threlfall, 2002). Användandet av huvudräkning har även visat sig öka elevers förståelse för både tal och tals platsvärden (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019; McIntosh, 2004; Schultz, 2018; Yang & Huang, 2014).

2.6 Teoretiskt ramverk

Studien har utgått från det teoretiska ramverket six-lens framework (SLF). SLF är ett ramverk som är djupt rotad i ämnet matematik och består av sex analysverktyg. De här verktygen kallas för linser och används för att rikta uppmärksamhet mot olika aspekter av matematikundervisning i diskussioner, intervjuer eller i analys av insamlade data (Karsenty, 2018). Den här studien kommer dock endast utgå från de fem första linsverktygen.

Den första linsen, *matematiska och meta-matematiska idéer*, handlar om att fokusera på innehållsliga delar, t.ex. relevanta idéer och begrepp inom olika områden i matematik. För att exemplifiera den här linsen kan det matematiska innehållet vara räknesättet subtraktion. Således kommer lärare fokusera på subtraktion vid planering och genomförande av en lektion.

Den andra linsen, *explicita och implicita mål*, handlar om att fokusera på vilka mål som kan ligga till grund för lärares handlingar och beslutaganden och som därmed påverkar undervisningen och elevernas lärande. För att bygga vidare på tidigare nämnda exempel om subtraktion, går den här linsen ut på att reflektera över vilka klart uttalade (explicita) och underförstådda (implicita) mål som ligger till grund för undervisningen. Ett explicit mål kan vara om en lärare, på ett tydligt sätt, har talat om för sina elever att målet med lektionen är att lära sig subtrahera. Ett implicit mål kan vara vad syftet är med att lära sig subtrahera, om syftet inte är klart uttalat leder det till fri tolkning.

Den tredje linsen, *uppgifter och aktiviteter*, handlar om att reflektera över hur en uppgift presenteras och genomförs i ett lektionssammanhang. Det kan även handla om hur elever

förstår en uppgift eller på vilket sätt den kan leda till lärande. Det kan till exempel vara så att en lärare har presenterat och genomfört en subtraktionsuppgift. På vilket sätt uppgiften presenteras och genomförs kan leda till lärande, det är därför viktigt att reflektera över vad det var som ledde, eller inte ledde, till ett lärande hos eleverna.

Den fjärde linsen, *interaktioner med elever*, innebär ett fokus på de frågor och svar som uppstår mellan lärare och elever. Linsen belyser även formen för lärares frågor, t.ex. om frågorna är utmanande, uppmuntrande eller bekräftande. Interaktionen medför att såväl lärare som elever för vidare sina erfarenheter och kunskaper till varandra. Ett exempel på en utmanande fråga som kan leda till interaktion är ”Hur vet du att du har rätt?”. Det kan även vara så att det finns en brist på samspel mellan lärare och elever vilket linsen även belyser.

Den femte linsen, *dilemman och beslutstaganden*, handlar om att rikta uppmärksamhet mot dilemman som kan uppstå inom matematikundervisningen. I och med att dessa dilemman uppstår är det också viktigt att reflektera över de beslut lärare väljer att ta och vad de kan ha för konsekvenser. Det kan exempelvis vara så att matematikundervisningen är för läroboksstyrd och innehåller för få praktiska moment. En konsekvens av det här är att elever då riskerar att få en bristfällig förståelse av såväl räknesättet subtraktion som matematikämnet i stort.

Den sjätte och sista linsen, *övertygelser om matematikundervisning*, går ut på att, precis som det låter, fokus riktas på matematikundervisningen. Det kan handla om tankar och åsikter om lärarens roll, elevers roll eller vad som anses vara bra undervisning. I den här studien kommer den här linsen inte behandlas då den fokuserar mer på lärares reflektioner om vad som anses vara bra matematikundervisning.

Det här teoretiska ramverket strävar således efter att rikta uppmärksamheten mot och fånga reflektioner om olika aspekter av matematikundervisning (Karsenty & Arcavi, 2017). Reflektion är ett vanligt förekommande begrepp inom det teoretiska ramverket SLF och har tidigare använts i studier där syftet har varit att komma åt spontana reflektioner inom matematikämnet. Reflektioner kan definieras som spontana tankar som uppstår direkt (Karsenty & Arcavi, 2017; Karsenty, 2018).

3. Syfte och frågeställningar

Syftet med den här studien är att bidra med insikt om elevers subtraktionsstrategier vid huvudräkning.

Detta syfte avser jag att uppfylla genom att besvara följande frågeställning:

- Vad karaktäriserar elevernas reflektioner om subtraktionsstrategier i förhållande till de fem olika aspekterna i ramverket SLF?

4. Metod

Det här är en intervjustudie med sju elever i årskurs 4 och 6 och i följande avsnitt kommer jag presentera hur urval, intervjuer och analys genomfördes. Avsnittet kommer även redogöra för hur materialet har bearbetats och vilken vetenskaplig datainsamlingsmetod som har använts. Avslutningsvis behandlas vilka etiska överväganden studien har utgått från.

4.1 Urval

De deltagare som kom att representera studien valdes utifrån ett målinriktat urval. Ett målinriktat urval innebär att deltagarna, som har valts ut på ett strategiskt sätt, är relevanta för studien (Bryman, 2018). Det här urvalet bygger på principen att forskaren, genom att välja deltagare baserat på deras utmärkande egenskaper, kan samla in bästa möjliga information för studiens syfte. Inför de kvalitativa intervjuerna behövde varje deltagare uppfylla följande urvalskriterium: deltagaren ska gå i årskurs 4, 5 eller 6. För att få en bredd i studien var det eftersträvansvärt att intervjupersonerna visade spridda kunskapsnivåer. De lärare som kontaktades ombads därför att välja ut totalt sju elever som harpresterat på olika nivåer. De här lärarna har sinsemellan diskuterat och valt ut sju elever som har presterat på olika nivåer. De elever som har deltagit i studien presenteras i nedanstående tabell, samtliga har givits kodnamn för att avidentifieras.

Tabell 1

De sju respondenternas kodnamn samt vilken årskurs de tillhör

Elev	Årskurs
R1	4
R2	4
R3	4
R4	4
R5	6
R6	6
R7	6

4.2 Intervju

Eftersom syftet med studien är att bidra med insikt om elevers subtraktionsstrategier vid huvudräkning har en kvalitativ metod valts. Kvalitativa metoder kännetecknas av att försöka samla in så mycket information som möjligt från ett begränsat antal individer. De som intervjuades i denna studie var sju grundskoleelever, fyra elever från årskurs 4 och tre elever från årskurs 6. Studien har således baserats på en kvalitativ datainsamling i form av semistrukturerade intervjuer. En semistrukturerad intervju kännetecknas av att forskaren har en lista, ofta kallad för en intervjuguide, över specifika teman eller frågeställningar som ska beröras. Det är dock viktigt att poängtera att respondenten har stor frihet i att utforma sina svar på sitt eget sätt (Bryman, 2018).

Inför de semistrukturerade intervjuerna upprättades således en intervjuguide med syfte att strukturera upp vilka frågeställningar som skulle beröras. De teman som har använts i den här studiens intervjuguide var inspirerade utifrån linserna i det teoretiska ramverket. Intervjuguiden berörde frågor som behandlade de olika linsverktygen, bland annat matematikinnehållet, uppgifter och aktiviteter samt explicita och implicita mål. När en intervjuguide ska utformas finns det vissa delar man bör tänka på. Intervjufrågorna ska formuleras på ett sätt som gör det enklare att svara på studiens frågeställningar, de får dock inte vara för specifika. Språket ska vara anpassat och begripligt för intervjupersonerna, som i det här fallet var grundskolelever, för att undvika eventuella missförstånd. Det här gjordes genom att exempelvis säga ”kan du lösa uppgiften på ett annat sätt?” istället för ”kan du beräkna uppgiften med en annan strategi?”. Det är också viktigt att frågorna i intervjuguiden inte är ledande då det kan hämma resultatet (Bryman, 2018). Under intervjuerna presenterades även en uppgift som intervjupersonerna skulle få lösa med valfri huvudräkningsstrategi. Uppgiften i studien var: 83 – 58. Vid presentationen av uppgiften har studien inte fokuserat på huruvida eleverna svarar rätt eller fel, inte heller om de väljer rätt eller fel huvudräkningsstrategi. Följaktligen har studien istället inriktat sig på hur eleverna reflekterar, tänker och resonerar utifrån andra ordningens perspektiv, till skillnad från första ordningens perspektiv (Larsson, 1986).

De respondenter som var intresserade av att medverka i studien mottog en samtyckesblankett som skulle skrivas på av vårdnadshavare (bilaga 2). Först efter att

samtyckesblanketten var påskriven kunde ett datum och en tid för intervjun fastställas. Inför varje intervju informerades respondenterna återigen om studiens syfte, deras rättigheter och hur intervjumaterialet kan komma att användas. Deltagandet var frivilligt och respondenten kunde, när som helst och utan att ange någon anledning, avbryta sitt deltagande. Deltagarna informerades om att allt inspelat material skulle avidentifieras och endast användas för forskning. Detta gjordes för att möta forskningsetiska krav (Vetenskapsrådet, 2017) men även för att eleverna skulle öppna upp sig. Intervjuerna ägde rum på elevernas skolor vilket var fördelaktigt då det bidrog till elevernas känsla av trygghet. Intervjuerna spelades in med hjälp av en närliggande mobiltelefon. Det fanns även ett anteckningsblock tillgängligt för mig med syfte att notera intressanta detaljer som respondenten kom in på.

Inledningsvis fick varje elev lösa uppgiften 83 – 58, varpå följdfrågor ställdes efter att uppgiften var beräknad. Under varje intervju användes den tidigare nämnda intervjuguiden. Det ska dock understrykas att frågorna inte ställdes i samma ordning i intervjuerna eftersom det i kvalitativa intervjuer är önskvärt att följa den riktning som respondenten anser vara viktig (Bryman, 2018). Detta bidrog även till ett bättre flyt i intervjuerna och ett ökat engagemang från respondentens sida. Tidsmässigt pågick intervjuerna i omkring 15–30 minuter beroende på hur många gånger varje elev kunde lösa uppgiften samt hur mycket de reflekterade över frågorna som ställdes under intervjun.

4.3 Materialanalys

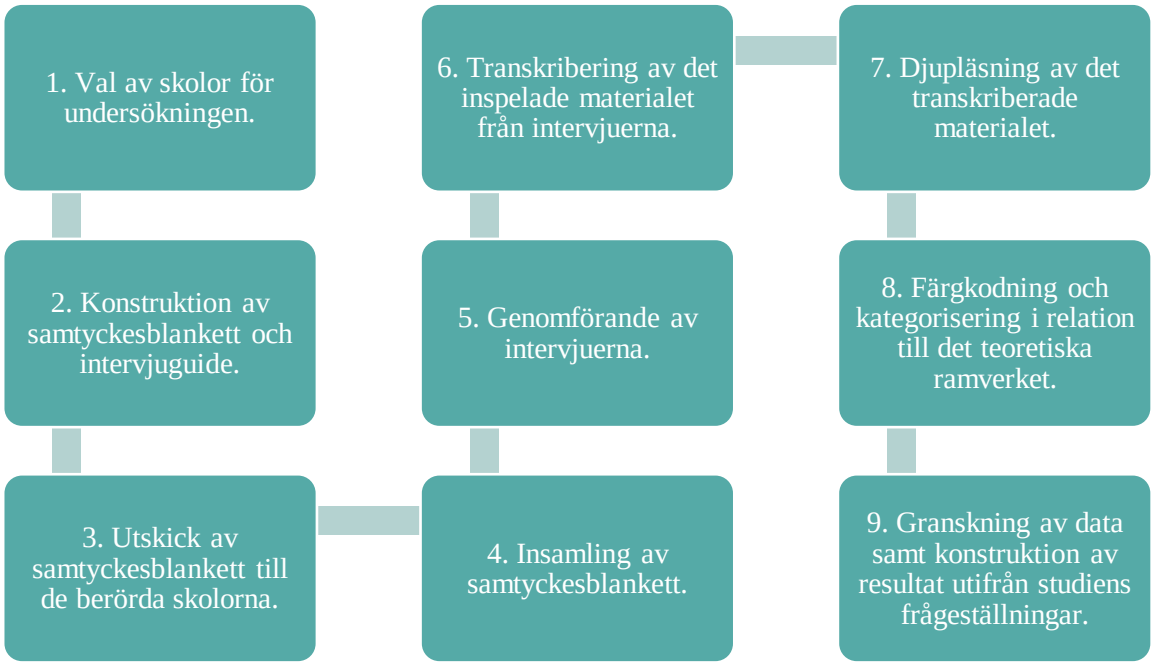
Eftersom studien utgår från SLF har materialanalysen genomsyrats av detta teoretiska ramverk. Efter att alla intervjuer var genomförda påbörjades transkriberingen av varje samtal. Då respondenterna skulle avidentifieras uteslöts deras riktiga namn och byttes slumpmässigt ut till R1, R2, R3, R4, R5, R6, och R7. Vid transkriberingen gjordes ett medvetet val att inte inkludera uttryck som ”mm” och ”ehh”. Detta gjordes i avsikt att förenkla transkriberingsprocessen genom att utesluta ord som inte kommer ha betydelse för studiens resultat. Det transkriberade intervjumaterialet ligger till grund för följande materialanalys. Efter att det inspelade materialet hade transkriberats till ett skriftligt material lästes alla intervjuer igenom noggrant. Detta med anledning av att försöka bilda

en förståelse av det insamlade materialet men också för att kunna koppla respondenternas svar till studiens syfte och frågeställningar.

I nästa steg kategoriserades det transkriberade materialet i relation till de olika linserna i SLF. Den här kategoriseringen gjordes med hjälp av fem olika färgpennor som var och en representerade en av de fem linserna i det teoretiska ramverket. För att exemplifiera detta markerade jag allt som handlade om linsen matematiska idéer med färgen lila. Vidare markerades allt som handlade om linsen explicita och implicita mål med färgen blå. När det transkriberade materialet hade kategoriserats, utifrån de fem olika linserna, kunde likheter och skillnader urskiljas inom varje kategori. Det här medförde att jag kunde få syn på vissa gemensamma teman inom kategorierna. Nedan presenteras en överskådlig bild av studiens tillvägagångssätt i form av ett flödesschema.

Figur 1

Flödesschema av arbetsprocessen



4.4 Etiska överväganden

Vetenskapsrådet (2017) har utvecklat forskningsetiska principer i humanistisk- och samhällsvetenskaplig forskning med avsikt att säkerställa samhällets krav på hur forskning bedrivs. Individskyddskravet har konkretiserats i fyra huvudkrav på forskning, de här kallas *informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet*. De här kraven kommer redogöras för i det följande.

Informationskravet går ut på att forskaren ska informera undersökningsdeltagare och uppgiftslämnare om studiens syfte. Enligt detta krav ska deltagarna även ges information om vilka villkor som gäller för deras deltagande. Jag hanterade detta krav genom att deltagarna informerades om att det var frivilligt att delta och att de hade rätt att avbryta sitt deltagande när som helst och utan att ange någon anledning, vilket är i enlighet med informationskravet.

Samtyckeskravet syftar till att studiens deltagare har rätt att själva bestämma över sin medverkan. Detta krav fastslår att forskaren ska erhålla uppgiftslämnarens samtycke. Eftersom deltagarna i denna studie var under 15 år krävdes även samtycke från vårdnadshavare. De som medverkade i studien hade rätt att besluta om hur länge de skulle delta, vilket medför att de kunde avbryta sitt deltagande när som helst utan att det medförde någon negativ följd. Denna information delgavs samtliga respondenter innan varje intervju skulle påbörjas.

Konfidentialitetskravet innebär att uppgifter om deltagare i en studie ska ges konfidentialitet och att personuppgifterna ska förvaras på ett säkert sätt så att obehöriga inte kan komma åt det. För att säkerställa detta behandlades de medverkandes personuppgifter i största möjliga mån konfidentiellt på så sätt att namn, skola och kommun avidentifierades. Det inspelade materialet som även transkriberades till skriftligt material innehöll inga namn, utan ersattes slumpmässigt med beteckningarna R1, R2, R3, R4, R5, R6, och R7.

Nyttjandekravet innebär att alla insamlade uppgifter om enskilda personer endast får användas för forskningsändamål. Således får uppgifterna inte utlånas eller användas för kommersiellt bruk eller andra icke-vetenskapliga ändamål. Den här informationen fanns

också med i samtyckesblanketten där deltagarna informerades om att inspelningsmaterialet och transkripten endast skulle användas för forskningsändamål.

5. Resultat

I följande avsnitt presenteras det resultat som har framkommit i förhållande till studiens syfte och frågeställning. Frågeställningen ”Vad karaktäriserar elevernas reflektioner om subtraktionsstrategier i förhållande till de fem olika aspekterna i ramverket SLF?” kommer besvaras i avsnitt 5.1–5.4.

Resultatet är uppdelat i fyra kategorier med utgångspunkt i det teoretiska ramverket SLF:s fem olika linsverktyg: matematiska idéer, explicita och implicita mål, uppgifter och aktiviteter samt interaktioner med elever och till sist dilemman och beslutstaganden. De två linsverktygen uppgifter och aktiviteter samt interaktioner med elever behandlas tillsammans då det sker en växelverkan mellan dem.

5.1 Matematiska idéer – huvudräkningsstrategier

Linsverktyget matematiska idéer handlar om vilka innehållsliga delar som fokuseras inom matematikämnet. I den här studien koncentreras innehållet på huvudräkningsstrategier och elevernas spontana reflektioner kring dem. Innan eleverna kunde delge sina reflektioner gällande deras val av huvudräkningsstrategi fick de först lösa uppgiften 83 – 58 på så många olika sätt som de kunde. Ett gemensamt tema för elevernas val av huvudräkningsstrategi är att samtliga elever i årskurs 4 valde att lösa uppgiften 83 – 58 med olika strategier. Nedan presenteras en tabell över vilken huvudräkningsstrategi vardera elev valde att använda för att lösa uppgiften.

Tabell 2

Respondenternas val av huvudräkningsstrategi, årskurs 4

Respondent	Huvudräkningsstrategi
Respondent 1 (R1)	Runda tal och överslagsräkning
Respondent 2 (R2)	Standardalgoritm som huvudräkningsstrategi
Respondent 3 (R3)	Standardberäkning
Respondent 4 (R4)	Talsorter för sig

Något som karaktäriserar elevernas reflektioner är att samtliga menade att de valde en huvudräkningsstrategi som de själva var bekvämast med och som de ansåg var enklast att utföra. Det framgick även av elevernas reflektioner att de alltid använder sig av en och samma huvudräkningsstrategi, de varierar alltså inte strategi beroende på uppgifters utformning. Den här reflektionen ges det exempel på i följande utdrag:

R3 ”Jag vet inte om jag kan lösa uppgiften på ett annat sätt, jag tänker alltid med den här strategin”.

Då R3 uttryckligen sa att hen alltid tänker med strategin standardberäkning tolkades det som att hen inte varierar huvudräkningsstrategin beroende på hur uppgifter är utformade. Det fanns dock en variation i hur många strategier eleverna använde sig av, tre av de fyra eleverna menade att de bara kunde lösa uppgiften på ett enda sätt. Däremot kunde en av de fyra eleverna, R3, lösa uppgiften på två olika sätt. Det ska dock understrykas att samma huvudräkningsstrategi användes vid båda beräkningarna. Vid den första beräkningen subtraherades 8 från 83 vilket är 75. Därefter subtraherades 50 från 75 vilket ger det slutgiltiga svaret 25. Vid den andra beräkningen användes samma huvudräkningsstrategi, standardberäkning, men på ett annat sätt. R3 började då med att subtrahera 50 från 83 vilket är 33. Därefter subtraherades 8 från 33 vilket ger det slutgiltiga svaret 25.

De huvudräkningsstrategier som eleverna i årskurs 6 valde att använda var likartade. Nedan presenteras en tabell över vilken huvudräkningsstrategi vardera elev valde att använda för att lösa uppgiften.

Tabell 3

Respondenternas val av huvudräkningsstrategi, årskurs 6

Respondent	Huvudräkningsstrategi
Respondent 5 (R5)	Talsorter för sig
Respondent 6 (R6)	Talsorter för sig
Respondent 7 (R7)	1. Talsorter för sig, 2. Standardberäkning och 3. Komplettera (lägga till)

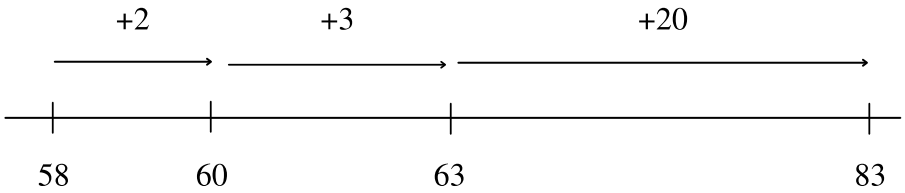
Samtliga elever i årskurs 6 valde att lösa uppgiften med huvudräkningsstrategin talsorter för sig. Något som karaktäriserar elevernas reflektioner var att varje elev menade att det var den enklaste strategin och att de alltid brukar räkna ut uppgifter med den här huvudräkningsstrategin. Den här reflektionen ges det exempel på i följande utdrag:

R5 ”Jag valde den strategin för det är den enklaste, jag brukar alltid räkna så som jag gjorde nu”.

Något som skiljer sig för eleverna i årskurs 6 var att R5 och R7 endast kunde lösa uppgiften med en huvudräkningsstrategi medan R6 löste uppgiften med tre olika huvudräkningsstrategier. Vid den första lösningen använde hen talsorter för sig och vid den andra lösningen använde hen standardberäkning. Vid den tredje lösningen använde R6 huvudräkningsstrategin *komplettera (lägga till)*. Den här lösningen ges exempel på i nedanstående figur.

Figur 1

Subtraktionsstrategin komplettera (lägga till) vid beräkning av 83 – 58



När det kommer till eleverna i årskurs 6 förefaller ett genomgående tema vara att samtliga valde huvudräkningsstrategin talsorter för sig. Det här skiljer sig från eleverna i årskurs 4 där samtliga valde olika huvudräkningsstrategier. Det går dock att urskilja en likhet mellan eleverna i årskurs 4 och 6, och det är att majoriteten av dem endast kan lösa uppgiften med en enda huvudräkningsstrategi.

5.2 Explicita och implicita mål – varför elever får undervisning om huvudräkning

Det här linsverktyget handlar om vilka mål som kan ligga till grund för lärarens handlingar och besluttaganden. De här målen kan vara antingen klart uttalade (explicita) eller underförstådda (implicita). Den här delen av resultatet kommer främst fokusera på vilka implicita mål som, enligt eleverna, kan ligga till grund för undervisningen om huvudräkning.

Det finns ett gemensamt tema för vilka underförstådda mål som kan ligga till grund för undervisningen. Majoriteten av eleverna menar nämligen att de får undervisning om huvudräkning eftersom det kan vara användbart när de blir äldre. Flera av dem menar att huvudräkning är extra användbart vid tillfällen då de ej har tillgång till några hjälpmedel, så som miniräknare eller papper och penna. I följande utdrag kan vi se att R4 anser att standardalgoritm är svår att använda utan papper och penna, elevens mål är därför att lära sig andra huvudräkningsstrategier.

R4 ”Huvudräkning kan vara bra att använda utanför skolan och även i skolan om man till exempel ska svara på något snabbt och så har man inget papper då blir det jättejobbigt och till exempel ställa upp i huvudet, det går nästan inte ens. Ja men alltså jag blandar ihop talen. Och sen till exempel så var det, om vi säger att det är typ 437 och så skriver man upp det och sen så, 7 plus vi säger 4 och när man går vidare på nästa så säger man vad blev svaret nu igen på förra, och då kan man inte backa tillbaka eller kolla såhär”.

När R4 sa att standardalgoritm som huvudräkningsstrategi är svår att utföra samt vad det är som blir problematiskt i beräkningen, tolkades det som att hens mål är att lära sig mer effektiva huvudräkningsstrategier. Ett annat genomgående tema för elevernas reflektioner är att huvudräkning anses vara nära kopplat till situationer utanför skolan. Flera av dem ger exempel på när det kan användas på fritiden, exempelvis när de ska handla något i en affär. En annan likhet mellan elevernas reflektioner är att de kommer in på huvudräkningens effektivitet.

R6 ”Det blir lättare för då kan du bara, då har du det bara i huvudet liksom så då kan du bara eller då slipper du ta upp telefonen och räkna ut det då kan du bara ha det i huvudet och inte behöva kolla”.

Då R6 sa att hen, på grund av kunskaper om huvudräkningsstrategier, slipper ta upp sin mobiltelefon för att beräkna något tolkades det som att hen anser att huvudräkning är en effektiv metod. Två av eleverna i årskurs 6, R6 och R7, gav en del intressanta reflektioner som skiljer sig från resterande respondenter i studien. R7 menade nämligen att de får undervisning om huvudräkning för att de ska bli smartare. Vad som menas med att bli smartare förklarar R7 som att hen, på grund av sina kunskaper om huvudräkning, inte behöver ställa upp talen i en uppställning. R6 reflekterar över vissa aspekter som andra elever i studien inte har lyft. I följande utdrag förklarar R6 vad hen anser är målet med undervisning om huvudräkning:

R6 ”Jag tror att man undervisar om huvudräkning i skolan för att man ska kunna hitta sin strategi för att olika funkar för alla. Och kanske också det är för att vi ska kunna förstå olika tal och så vidare, sen vet jag inte om det är syftet men det kanske också är för att det ska bli det ska kunna bli lättare för oss om vi vill använda det utanför skolan också”.

I ovanstående utdrag framkommer det att R6 tror att syftet med huvudräkningsstrategier är att elever ska hitta en specifik strategi som fungerar bäst utifrån ens förutsättningar. Den här uppfattningen indikerar att eleven tror att det räcker med att endast ha kunskaper om en huvudräkningsstrategi.

5.3 Uppgifter och aktiviteter samt interaktioner med elever – helklassdiskussioner

Eftersom de två linserna *uppgifter och aktiviteter* samt *interaktioner med elever* i det här fallet samspelar kommer följande del av resultatet behandla de båda tillsammans. Uppgifter och aktiviteter handlar om hur en uppgift presenteras och genomförs i ett lektionssammanhang. Det finns stora likheter beträffande elevernas reflektioner om hur uppgifter och lärandeaktiviteter har presenterats och genomförts hos de elever som ingår i

studien. Tre av de fyra fjärdeklassarna (R2, R3 och R4) samt alla tre sjätteklassare förklarade att de var vana vid ett upplägg där läraren presenterade en huvudräkningsuppgift som samtliga elever i klassen fick lösa individuellt. När uppgiften var beräknad valde lärarna att lyfta elevernas olika lösningsstrategier. Det här gjordes på olika sätt. En av respondenterna berättade att eleverna fick komma fram till tavlan för att både förklara och notera stegen i lösningen. I följande utdrag beskriver R3 hur det gick till:

R3 ”Läraren skrev typ upp tal på tavlan och sen så skulle vi få gå fram och lösa med huvudräkning och så skulle vi se vilka sätt vi fick fram. Det blev faktiskt ganska många olika sätt”.

Fyra av respondenterna berättade att de fick förklara för sina klasskamrater hur de hade löst uppgiften vilket gjorde att flera olika huvudräkningsstrategier kunde synliggöras. I följande utdrag förklarar R6 på vilket sätt de olika huvudräkningsstrategierna synliggjordes:

R6 ”Alla fick en uppgift så skulle man lösa den på olika sätt och förklara för varandra hur man löste den i huvudet”.

Genom att eleverna fick förklara sitt tillvägagångssätt för att lösa uppgiften, kunde resterande klasskamrater upptäcka nya huvudräkningsstrategier. På så sätt har de olika strategiernas utförande och relevans för uppgiftens utformning diskuteras i helklass. Således har elevernas erfarenheter av huvudräkningsstrategier präglats av interaktion både mellan lärare och elev, samt eleverna sinsemellan. Samtliga elever berättar att de har fått undervisning om flera olika huvudräkningsstrategier.

5.4 Dilemman och beslutstaganden – svårigheter inom matematikundervisningen

Dilemman och beslutstaganden handlar om de dilemman som kan uppstå inom matematikundervisningen. De beslut som läraren gör kommer ha konsekvenser för elevernas lärande. Ett möjligt dilemma som framkommer från respondenternas reflektioner är att undervisningen om huvudräkning och tillhörande strategier inte sker kontinuerligt. Samtliga elever i årskurs 4 berättar att de fick undervisning om huvudräkning på

höstterminen och att de sedan gick vidare till standardalgoritmer. Flera av dem menar på att det var länge sedan de kom i kontakt med huvudräkning i helklassdiskussioner.

R1 ”Jag har liksom glömt bort lite hur man gör för det var länge sen jag jobbade med det. Det är så mycket i matten, massa olika grejer det är därför jag glömmer bort. Vi har det inte ofta för i matteboken är det såhär olika kapitlen hela tiden och dom handlar om olika saker”.

I ovanstående utdrag berättar R1 att det var länge sedan hen arbetade med huvudräkning och att anledningen till det här är att det finns så mycket att lära sig inom matematikämnet. R1 berättar även att det läromedel de använder innehåller flera kapitlen som behandlar olika saker, vilket tolkas som att det inte finns någon kontinuitet gällande huvudräkning.

Ett annat möjligt dilemma som kan uppstå inom matematikundervisningen är förståelsen av det matematiska språket. En av respondenterna från årskurs 6, R5, berättar att undervisningen om huvudräkning är avancerad. Med detta förklarar hen att läraren använder komplicerade ord som gör att hen inte alltid kan hänga med under lektionerna.

I föregående avsnitt (5.3) framgick det att samtliga elever har fått undervisning om flera olika huvudräkningsstrategier. Majoriteten av eleverna har även diskuterat de olika strategierna tillsammans med sina klasskamrater. Trots detta kunde endast en av samtliga intervjupersoner lösa uppgiften med fler än en strategi. Det kan därför vara ett möjligt dilemma att elever hellre vill förklara sin strategi och få andra att använda den, än att ta till sig och lyssna på andra klasskamraters strategier.

6. Diskussion

I följande avsnitt presenteras en metoddiskussion där studiens metodval kommer att diskuteras. Metoddiskussionen följs av en resultatdiskussion där delar av studiens resultat kommer att diskuteras i förhållande till tidigare forskning och styrdokument. Avslutningsvis ges förslag på fortsatt forskning inom området.

6.1 Metoddiskussion

Studiens metodval och tillförlitlighet kan belysas utifrån fyra delkriterier: *trovärdighet, överförbarhet, pålitlighet* och *konfirmering*. De här kriterierna kommer behandlas i det följande.

Det första kriteriet, *trovärdighet,* handlar om i vilken grad resultatet i studien representerar det som har studerats. Detta kan handla om att deltagare får ta del av resultatet från intervjun så att forskaren kan bekräfta att deras uppgifter har uppfattats på ett riktigt sätt (Bryman, 2018). I denna studie har inte deltagarna delgivits en sammanställning av intervjuerna. Däremot har respondenterna mottagit validerande frågor, exempelvis ”Så du menar att . . .?”, under intervjun för att säkerställa att deras uppgifter har uppfattats korrekt av mig. Resultatet och delar av innehållet i analysen har även diskuterats med handledare och handledningsgruppen. Vi har exempelvis diskuterat hur analysen kan och bör göras samt hur utsagorna skulle kategoriseras. I samråd med handledare och handledningsgrupp kom jag fram till att kategorierna uppgifter och aktiviteter samt interaktioner kunde kombineras, eftersom de har en nära koppling till varandra.

Det andra kriteriet, *överförbarhet,* handlar om hur resultatet kan föras över i andra kontexter, miljöer, situationer och tidpunkter, vilket kan liknas vid den kvantitativa metodens generaliserbarhet (Bryman, 2018). Studiens resultat baseras på ett mindre antal personers reflektioner i en viss kontext samt vid en enda tidpunkt. Det här kan således medföra att resultatet å ena sidan inte fullkomligt är överförbart till andra situationer och tidpunkter. Delar av resultatet kan å andra sidan visa mönster som kan kännas igen i andra kontexter eller situationer vilket bidrar till en viss överförbarhet. Studiens urval baseras på mellanstadieelever, närmare bestämt sju slumpmässigt valda elever som går i årskurs 4 och

6. De här eleverna har dessutom spridda kunskaper vilket ger en bredd i studiens resultat. Det är därför rimligt att tro att resultatet från studien kan kännas igen i andra liknande sammanhang, t.ex. i diskussioner med elever i samma åldrar men på olika skolor (Larsson, 1986).

Det tredje kriteriet, *pålitlighet*, är en motsvarighet till reliabiliteten inom kvantitativ forskning. I de flesta fall är det dock svårt att uppfylla detta kriterium inom kvalitativ forskning eftersom det inte går att ”frysa” en social miljö för att sedan replikera den. Pålitlighet inom kvalitativ forskning handlar därför mer om att tillämpa ett granskande synsätt genom att forskaren säkerställer att det föreligger en fullständig och tillgänglig redogörelse av forskningsprocessens alla faser (Bryman, 2018). Då studiens intervjuer är inspelade och transkriberade skapas förutsättningar för att redogörelsen av intervjuerna sker på ett fullkomligt sätt. Dessutom bifogas även den intervjuguide som har använts vid samtliga intervjuer för att läsaren ska kunna erhålla en förståelse för vilka frågor som ställts.

Det fjärde och därmed sista kriteriet, *konfirmering*, går ut på att forskaren behöver säkerställa att hen har agerat i god tro. Det här är av stor vikt då det inom kvalitativa studier saknas en fullständig objektivitet vilket således medför att resultaten kan komma att påverkas av personliga uppfattningar (Bryman, 2018). Följaktligen har det under studiens gång funnits en medvetenhet om att egna värderingar och tidigare erfarenheter kan komma att påverka resultatet av studien. Med detta i åtanke har frågorna för intervjuerna utformats med syfte att vara så öppna som möjligt för att låta respondenten styra samtalet och därmed skapa en öppen diskussion. Det finns dock en risk för att intervjuerna blir för öppna vilket kan leda till att man kommer längre bort från studiens syfte och frågeställningar. För att hantera den här problematiken har mitt teoretiska ramverk och min intervjuguide varit till stor hjälp för att vi skulle kunna hålla oss till ämnet. Som tidigare nämnts består det teoretiska ramverket av sex olika linsverktyg. Den här studien har dock endast utgått från fem. Anledningen till det här är att den sjätte linsen fokuserar mer på lärarens roll i matematikundervisningen och det har studien inte prioriterat.

6.2 Resultatdiskussion

Resultatdiskussionen kommer utgå från en liknande struktur som resultatet med följande kategorier; matematiska idéer, mål med undervisningen, uppgifter och aktiviteter kombinerat med interaktion med elever samt dilemman och beslutstaganden. Resultatdiskussionen avslutas med en konklusion och förslag till vidare forskning.

6.2.1 Matematiska idéer - Huvudräkningsstrategier

Jag anser att studiens syfte ”att bidra med insikt om elevers subtraktionsstrategier vid huvudräkning” och frågeställning ”vad karaktäriserar elevernas reflektioner om subtraktionsstrategier i förhållande till de fem olika aspekterna i ramverket SLF?” har besvarats.

När det kommer till matematiska idéer och i det här fallet huvudräkningsstrategier så visar resultatet att majoriteten av eleverna som ingår i studien, närmare bestämt sex av sju elever, endast kan lösa uppgiften 83 – 58 på ett sätt. I resultatet framkommer det att eleverna inte väljer en huvudräkningsstrategi beroende på uppgiftens utformning, utan att de istället väljer en huvudräkningsstrategi som de känner sig bekvämast med att utföra. Det här resultatet stämmer väl överens med tidigare forskning. Enligt Norton (2013), Torbeyns och Verschaffel (2015), Ulu och Ozdemir (2018) samt Yang och Huang (2014) är det vanligt att elever inte urskiljer vilken strategi som är lämpligast för en specifik uppgift. Istället väljer elever den strategi de anser är enklast att beräkna med. Något som är anmärkningsvärt är att den här tidigare forskningen sträcker sig från 2013 till 2018. Nortons (2013) studie visar att flertalet elever endast behärskar en enda huvudräkningsstrategi. Min studie visar ett liknande resultat vilket pekar på att samma problematik kvarstår sju år senare.

Trots att den här studiens resultat ligger i linje med tidigare forskning så stämmer det inte överens med vad kursplanen för matematik fastställer. Det räcker nämligen inte med att elever endast behärskar en huvudräkningsstrategi, utan för att nå upp till betyget E måste de använda flera strategier som dessutom ska anpassas till uppgifters utformning (Skolverket, 2019). Vad behöver då lärare göra för att elever ska nå upp till detta

kunskapskrav? En tanke är att undervisningen bör innehålla flera olika huvudräkningsstrategier. Resultatet visar dock att samtliga elever som ingår i studien har fått undervisning om flera olika huvudräkningsstrategier. Vad är det då som gör att eleverna endast behärskar en strategi? Det kan vara så att läraren i sin undervisning har tagit upp olika strategier, men att läraren inte har ställt krav på eleverna att de ska anpassa strategin utifrån uppgiftens karaktär. En annan möjlig anledning kan vara att läraren inte kommunicerar kunskapskraven till eleverna. Det är nämligen viktigt att läraren tydliggör för eleverna att de ska kunna använda flera olika strategier med anpassning till sammanhanget för att nå ett godkänt betyg i matematik. Wiliam (2013) menar att lärare bör vara tydliga med vad målet för undervisningen är. På så sätt görs eleverna delaktiga i sitt eget lärande vilket både ökar motivationen och medvetenheten om sitt eget lärande. Jönsson (2012) anser dock att det inte räcker med att läraren endast presenterar målet med undervisningen, läraren bör också ge konkreta exempel.

När det kommer till vilka huvudräkningsstrategier eleverna i studien använder framkommer det något väldigt intressant. Eleverna i årskurs 4 tillämpade olika huvudräkningsstrategier, medan eleverna i årskurs 6 tillämpade samma huvudräkningsstrategi (tabell 2 & tabell 3). Det här har en nära koppling till vad tidigare forskning visar gällande undervisningen och lärarens roll. Blöte et al. (2000) menar nämligen att eleverna tillämpar den eller de huvudräkningsstrategier som lärare väljer att behandla i sin undervisning. Vad är orsaken till att eleverna i årskurs 4 använder olika strategier och att eleverna i årskurs 6 använder samma strategi? Kan det vara så att eleverna i årskurs 4 har fått möta flera olika huvudräkningsstrategier, och att eleverna i årskurs 6 till övervägande del har fått möta en och samma huvudräkningsstrategi?

6.2.2 Mål med undervisningen

Beträffande implicita mål med undervisningen framkommer det att en av studiens respondenter förmodar att syftet med att undervisningen innehåller olika huvudräkningsstrategier är att varje elev ska kunna hitta den strategi som de känner sig bekvämast med. Hen har alltså inte uppfattat det som att de måste behärska flera olika huvudräkningsstrategier. Det här indikerar att läraren möjligtvis inte har varit tydlig nog i förhållande till vad styrdokumenten framhåller. Vad behöver man som lärare tänka på när

man planerar, genomför och utvärderar undervisningen? Jag funderar på vad det kan leda till om läraren, i sin undervisning, ställer krav på att eleverna ska lösa en uppgift med två eller fler huvudräkningsstrategier. Kan det möjliggöra att elevernas uppfattningar då förändras? Imbo och Vandierendonck (2008) understryker att elever blir betydligt bättre på att tillämpa olika huvudräkningsstrategier ju mer de övar på dem. Csíkos (2015) har dragit en liknande slutsats och menar att elever bör ha en bred strategirepertoar för att kunna tillämpa en strategi som är såväl effektiv som lämplig utifrån uppgiftens utformning.

Resultatet visar att samtliga elever anser att ett mål med att lära sig huvudräkningsstrategier är att det kan vara av användning när de blir äldre. Flera av dem menar att metoden och dess tillhörande strategier främst kommer till användning i vardagslivet. Anledningen till det här är att det vanligtvis inte finns tillgång till något hjälpmedel, som exempelvis en miniräknare. Men hur kommer det sig då att eleverna inte behärskar fler huvudräkningsstrategier? Jag funderar över om det kan vara så att eleverna inte ännu har lika stor användning av huvudräkning i sin vardag, och att det är anledningen till att de kanske inte är mottagliga för att tillämpa flera olika huvudräkningsstrategier. Det kanske kan vara så att de får mer användning av metoden när de blir äldre, som de själva uttrycker det. Några av eleverna berättade att de själva kommer i kontakt med huvudräkning när de ska handla något i en affär. Det här stämmer väl överens med ett av matematikämnets syfte. Enligt kursplanen för matematik (Skolverket, 2019) är syftet med undervisningen att eleverna ska utveckla kunskaper om matematikens användbarhet i vardagen.

6.2.3 Uppgifter och aktiviteter samt interaktion med elever

I den här studien fick eleverna endast lösa uppgiften 83 – 58 med hjälp av valfri huvudräkningsstrategi. Det var alltså inte tillåtet att lösa uppgiften med en annan metod, exempelvis standardalgoritm. Det går därför inte att veta hur många av eleverna som hade valt att lösa uppgiften med en standardalgoritm istället. Däremot berättade en av eleverna, R1, att hen vid alla tillfällen löser uppgifter med metoden standardalgoritm. Det här stämmer överens med tidigare forskning, Carpenter et al. (1998) och Csíkos (2015) har kommit fram till att elever vanligen vill använda sig av metoden standardalgoritmer. Jag funderar dock över om R1 kanske hade valt en eller fler huvudräkningsstrategier istället för standardalgoritmer om hen hade haft mer kunskaper om dem. R1 uttryckte nämligen

att hen inte tillämpade några huvudräkningsstrategier förutom runda tal och överslagsräkning. Det kan i så fall vara en anledning till att R1 alltid väljer att tillämpa standardalgoritmen.

En av eleverna i studien, R2, valde att använda standardalgoritmen som en huvudräkningsstrategi. Det här är, enligt tidigare forskning (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019; Erdem, 2017), inte att föredra då det leder till en försämrad taluppfattning. Det är nämligen så att elever vanligen ser hundra- och tiotalen som ental. Det här var något jag kunde se vid intervjun med R2 då hen skulle förklara hur hen hade löst uppgiften. Vid beräkning av 80 minus 50 sa R2 att hen tog åtta minus fem, vilket indikerar att hen såg tiotalen som ental. Med tanke på att standardalgoritm som en huvudräkningsstrategi inte är att föredra funderar jag över hur det kommer sig att R2 har lärt sig denna ”strategi”. Kan det vara så att R2 inte har lärt sig tillämpa andra huvudräkningsstrategier och att hen därmed har omvandlat standardalgoritmen till en huvudräkningsstrategi? R2 har nämligen berättat att hen inte kan tillämpa någon annan strategi. Det hade varit intressant att veta om R2 fortfarande hade tillämpat standardalgoritmen även om hen hade behärskat flera huvudräkningsstrategier. En konsekvens av att elever till övervägande del använder sig av standardalgoritmer är att det kan hämma deras möjligheter att utföra effektiva beräkningar, framförallt i vardagen (Barrera-Mora & Reyes-Rodriguez, 2019; Erdem, 2017).

6.2.4 Dilemman och beslutstaganden

I resultatet framkommer det att samtliga elever som ingick i studien inte har fått undervisning om huvudräkning och dess tillhörande strategier på väldigt länge. Bristen på kontinuitet medför att eleverna förmodligen har glömt bort flera av de strategier de har lärt sig, vilket är ett av de dilemman som framkom i resultatet. Det här dilemmat stämmer överens med elevernas egna motiveringar till varför de endast tillämpar en huvudräkningsstrategi. De menar på att de väljer den huvudräkningsstrategi de känner sig bekvämast med att utföra. En av eleverna, R1, berättar att de inte arbetar med huvudräkning särskilt ofta och hänvisar då till matteboken. Hen förklarar att matteboken är indelad i olika kapitlen och att varje kapitel berör olika delar inom matematikämnet. Således går eleverna vidare efter att ha arbetat med ett visst kapitel och att det är en

förklaring till att det var så länge sedan de arbetade med huvudräkning. Det här får mig att fundera över hur pass mycket läromedlet styr undervisningen. Är det så att matematikboken styr lärarens beslutstaganden och därmed den undervisning som eleverna ges? I sådana fall anser jag att det kan hämma lärares profession eftersom det är läraren som ska leda undervisningen och elevernas lärande. Även om läraren har mycket att undervisa eleverna om inom ämnet matematik, så anser jag att huvudräkning ändå kan implementeras. Vid beräkningar, som genomförs med metoden huvudräkning, kan läraren enkelt lyfta olika huvudräkningsstrategier och dess relevans till den specifika uppgiften vid helklassdiskussioner.

Flera av eleverna i årskurs 6 berättar att de i skolmiljön vanligen kommer i kontakt med huvudräkning vid provtillfällen. Kan det vara så att läraren då endast tittar på om eleven har svarat rätt eller fel? Hur kontrollerar lärare att eleverna behärskar flera olika huvudräkningsstrategier? Hur kan lärare ta reda på om elevernas strategi är effektiv, lämplig och därmed anpassad till uppgiftens utformning? Genom att lärare endast tittar på om eleverna har svarat rätt eller fel, signalerar det att det är vad som krävs och förväntas av eleverna. Det här kan således vara en förklaring till varför elever nöjer sig med att endast behärska en huvudräkningsstrategi, eftersom det är vad läraren förväntar av dem. Eftersom tidigare forskning (Norton, 2013; Yang & Huang, 2014) visar att eleverna påverkas av lärarens val, är det viktigt att läraren ändrar sin attityd till lärandet och inte söker efter ett rätt eller fel svar. Istället bör läraren rikta fokus mot strategins lämplighet och anpassning till uppgiftens utformning, för att säkerställa att eleverna uppnår de alla förmågor inom matematikämnet.

6.2.5 Slutord och förslag till vidare forskning

En övervägande del av eleverna i den här studien visar att de vid beräkningar endast tillämpar en huvudräkningsstrategi, trots att deras matematikundervisning verkar ha berört flera olika strategier. Det här medför att eleverna inte behärskar två av de totalt fem förmågorna inom ämnet matematik (Skolverket, 2019). Studien har, med hjälp av de fem linsverktygen i det teoretiska ramverket SLF, resulterat i värdefull information från elevernas spontana reflektioner. Således kan den här studien vara till hjälp för kommande forskning inom ämnet huvudräkning. Studien kan framförallt vara behjälplig för

yrkesverksamma lärare då den både belyser och bidrar med kunskaper om elevernas reflektioner beträffande huvudräkning. Den här studien har även varit givande för min egen framtida yrkesroll.

Den här studiens urval består av sju elever vilket medför att det hade varit intressant att göra en mer omfattande studie, både geografiskt sätt och antal respondenter. Eftersom den här studiens resultat visar att majoriteten av eleverna endast behärskar en huvudräkningsstrategi, vilket även överensstämmer med tidigare forskning, hade det varit intressant att studera hur undervisningen borde bedrivas genom att exempelvis utföra en learning study. I en learning study är det nämligen elevernas lärande som står i fokus vilket kan kopplas till de två förmågorna som eleverna i den här studien inte bemästrar. På så sätt kan lärare ta reda på vad det är i undervisningen som gör skillnad om eleverna lär sig eller inte. I den här studien har det även framkommit att eleverna i årskurs 4 använder sig av olika huvudräkningsstrategier, medan samtliga elever i årskurs 6 använder sig av samma huvudräkningsstrategi. Jag vet inte vad det beror på, men en möjlig förklaring är att eleverna i årskurs 4 har fått möta flera olika huvudräkningsstrategier medan eleverna i årskurs 6 till största del har fått möta en och samma huvudräkningsstrategi. Det finns alltså bristande kunskaper inom det här området, men här finns en bra utgångspunkt för en kommande studie.

Referenslista

Barrera-Mora, F., & Reyes, R. A. (2019). Fostering middle school students' number sense through contextualized tasks. *International Electronic Journal of Elementary Education, 12(1),* 75-85. https://doi.org/10.26822/iejee.2019155339

Blöte, A.W., Klein, A.S., Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and instruction, 10*(*3*), 221-247. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(99)00028-6

Carpenter, T., Franke, M., Jacobs, V., Fennema, E., & Empson, S. (1998). A Longitudinal Study of Invention and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 3-20. https://doi.org/10.2307/749715

Csíkos, C. (2015). Strategies and performance in elementary students' three-digit mental addition. *Educational Studies in Mathematics, 91,* 123-139.

https://doi.org/10.1007/s10649-015-9658-3

Erdem, E. (2017). Mental Computation: Evidence from Fifth Graders. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1157–1174. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9722-1

Heiberg Solem, I., Alseth, B. & Nordberg, G. (2011). *Tal och tanke – matematikundervisning från förskoleklass till årskurs 3.* Studentlitteratur.

Hickendorff, M., Cornelis, M. van Putten., Norman, D. Verhelst & Willem, Heiser. (2010). Individual Differences in Strategy Use on Division Problems: Mental Versus Written Computation. *Journal of Educational Psychology, 102(2),* 438 – 452. https://doi.org/10.1037/a0018177

Imbo, I. & Vandierendonck, A. (2008) Practice effects on strategy selection and strategy efficiency in simple mental arithmetic. *Psychological Research, 72*, 528-541.

https://doi.org/10.1007/s00426-007-0128-0

Jönsson, A. (2012). *Att bedöma autentiska uppgifter: en rapport om utmaningar och möjligheter vid bedömning av förväntade läranderesultat i högre utbildning.* Malmö högskola: Centrum för Professionsstudier. http://hkr.diva-portal.org/smash/search.jsf

Karsenty, R. (2018). Professional development of mathematics teachers: Through the lens of the camera. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (Eds), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*. (s. 269-288). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_16

Karsenty, R., Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: a framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20,* 433- 455. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9379-x

Larsson, S. (1986). *Kvalitativ analys – exemplet fenomenografi.* Studentlitteratur.

Löwing, M. (2017). *Grundläggande aritmetik – matematikdidaktik för lärare.* Studentlitteratur.

McIntosh, A. (2004). Developing Computation. *Australian Primary Mathematics Classroom, 9(4),* 47-49.

Norton, S. (2012). The use of Alternative Algorithms in Whole Number Computation. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 2012,* 1-26.

Reys, B., Reys, R., Emanuelsson, G., Holmquist, M., Häggström, J., Johansson, B., Lindberg, L., Maerker, L., Nilsson, G., Rosén, B., Ryding, R., Rystedt, E. & Sjöberg Wallby, K. (1995). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren 1995*(2), 23–26.

http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/2326_95_2.pdf

Schultz, A. (2018). Relational reasoning about numbers and operations- Foundation for calculation strategies use in multi- digit multiplication and division. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal, 20(2), 108–141.* https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1442641

Skolverket (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Skolverket.

Skolverket (2019). *Läroplan för grundskolan samt för förskoleklassen och fritidshemmet.* Skolverket.

Threlfall, J. (2002). *Flexible Mental Calculation.* Educational Studies in Mathematics, *50*(*1*), 29-47. https://doi.org/10.1023/A:1020572803437

Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2015). Mental Computation or Standard Algorithm? Children's Strategy Choices on Multi-Digit Subtractions. *European Journal of Psychology of Education, 31,* 99-116. https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8

Ulu, M. & Ozdemir, K. (2018). Determining the Mental Estimation Strategies Used by Fourth-Grade Elementary Students in Four Basic Mathematical Operations. *International Electronic Journal of Elementary Education, 11(1),* 63-75. https://doi.org/10.26822/iejee.2018143962

Vetenskapsrådet. (2017). *God forskningssed*. Vetenskapsrådet. https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1555332112063/God-forskningssed_VR_2017.pdf

Wiliam, D. (2013). *Att följa lärande: Formativ bedömning i praktiken.* Studentlitteratur.

Yang, D.C., & Huang, K.L. (2014). An Intervention Study on Mental Computation for Second Graders in Taiwan. *Journal of Educational Research, 107(1),* 3–15. https://doi.org/10.1080/00220671.2012.753854

Bilaga 1

Intervjuguide

Huvudfrågor

- Hur har du gått tillväga för att lösa uppgiften? Kan du förklara de olika stegen med ord?
- Går det att lösa uppgiften på ett annat sätt? (denna fråga repeteras tills eleven inte längre kan lösa den på något annat sätt)
- Om du skulle förklara hur du gjorde för en kompis, hur hade du sagt då?
- Hur ser undervisningen om strategier ut? Vad gör läraren?
- Hur ofta får ni undervisning om strategier?
- När använder du dig av huvudräkning?
- Varför får ni undervisning om olika strategier tror du?

Uppföljningsfrågor

- Varför valde du den här strategin?
- Finns det någon fördel med den här strategin?
- Finns det någon nackdel med den här strategin?
- Kan du förklara igen?
- Så du menar att ...?
- Är det något du vill lägga till?

Bilaga 2

Samtyckesblankett

Hej!

Jag studerar till grundlärare med inriktning årskurs 4–6 och ska nu skriva mitt examensarbete. Temat för mitt examensarbete är huvudräkningsstrategier inom subtraktion.

Jag skulle vara tacksam om ditt barn kunde få vara med i studien, där jag, genom en intervju, kommer be hen lösa några huvudräkningsuppgifter inom subtraktion. Efter att uppgifterna är beräknade kommer ditt barn få förklara hur hen tänkte när hen löste uppgiften. Under intervjun önskar jag att få spela in ljudet för att jag sedan ska ha möjlighet att transkribera och lyssna på intervjun igen.

Allt inspelat material kommer att avidentifieras. Dessutom kommer materialet att förvaras på ett säkert sätt så att inga obehöriga kan komma åt det. Materialet kommer bara att användas för forskning.

Deltagandet är frivilligt och du/ni har rätt att avbryta ditt/ert barns deltagande när som helst och utan att ange någon anledning.

Om du/ni har frågor om studien, hör gärna av dig/er till mig.

Hälsningar

Ellinore Mattsson

Kontaktuppgifter

Genom att skriva under här nedanför intygar du att du tagit del av informationen.

Godkänner du att ditt barn deltar i studien?

☐ *Ja, jag har tagit del av ovanstående information och godkänner att mitt barn deltar i studien.*

☐ *Nej, jag har tagit del av ovanstående information och vill inte att mitt barn deltar i studien.*

Om ditt barn får delta i studien, godkänner du att ditt barns personuppgifter behandlas för utbildningsändamål i examensarbetet i enlighet med ovanstående information?

☐ *Ja, jag har tagit del av ovanstående information och godkänner att mitt barns personuppgifter behandlas för utbildningsändamål i examensarbetet i enlighet med ovanstående information.*

Om ditt barn får delta i studien, godkänner du att ditt barns personuppgifter behandlas för forskningsändamål i enlighet med ovanstående information?

☐ *Ja, jag har tagit del av ovanstående information och godkänner att mitt barns personuppgifter behandlas för forskningsändamål i enlighet med ovanstående information.*

Barnets namn:

_____

Vårdnadshavares namnteckning: Namnförtydligande:

_____ _____