JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Betydelsen av god taluppfattning

En litteraturstudie om grundskoleelevers taluppfattning och vad det innebär för matematikutveckling.

KURS: *Självständigt arbete för grundlärare F-3 och 4–6, 15hp*
PROGRAM: *Grundlärarprogrammet med inriktning till årskurs 4–6*
FÖRFATTARE: *Jack Daoud*
EXAMINATOR: *Pernilla Mårtensson*
TERMIN: *VT/2021*

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Självständigt arbete för grundlärare, 15hp
Grundlärarprogrammet med inriktning till årskurs 4–6. VT 2021

SAMMANFATTNING

Jack Daoud

Betydelsen av god taluppfattning - En litteraturstudie om grundskoleelevers taluppfattning och vad det innebär för matematikutveckling.

The meaning of good number sense - A literature study on elementary school pupils number sense and what it means for the mathematical development.

Antal sidor: 23

En god taluppfattning krävs för att elever i skolan ska kunna tillgodose sig matematikundervisningen. Taluppfattning hänvisar till elevers kunskaper om tals relationer, betydelse och storlek samt de begrepp som har en direkt anslutning. Litteraturstudien syftar till att sammanställa vad forskning belyser om grundskolelevers taluppfattning samt vilka aspekter av undervisning och utveckling av taluppfattning i grundskolan som föreligger. Material som framförts och analyserats i studien är taget från Skolverket, studentlitteratur, undersökningar samt nationella och internationella studier inhämtade från databassökningar. För lärare finns Skolverkets centrala innehåll att förhålla sig till i matematikundervisningen. Där framställs ett helt ämnesområde om *Taluppfattning och tals användning* och kommentarmaterialet betonar vikten av god taluppfattning för en vidare matematikutveckling. Trots detta visar undersökningar att svenska elever hamnar under genomsnittet när det kommer till kunskap om taluppfattning. Resultatet i litteraturstudien var i det stora hela framfört på ett varierande sätt, men samtliga studier indikerar att en god taluppfattning är avgörande för elevers vidare matematiska utveckling. Vad gäller begreppet taluppfattning beskrivs det på olika sätt, då det saknas en särskild förklaring för det. Taluppfattning är nämligen avgörande inom ett flertal kategoriseringar och ämnesuppdelningar inom ämnet matematik.

Sökord: Matematik, Taluppfattning, Utveckling, Undervisning, Grundskoleelever.

Innehållsförteckning

1. Inledning **1**

2. Syfte och frågeställningar **2**

3. Bakgrund **3**

3.1 Styrdokument 3

3.2 Taluppfattning 4

4. Metod **6**

4.1 Databaser och informationssökandet 6

Figur 1 7

4.2 Urval (Inkluderings- och exkluderingskriterier) 7

Tabell 1 8

4.3 Materialanalys 10

5. Resultat **11**

5.1 Lärares arbetssätt för att främja elevers taluppfattning 11

5.2 Elevers utveckling inom taluppfattning 13

5.3 Undervisning för framstegen i taluppfattning 15

6. Diskussion **18**

6.1 Metoddiskussion 18

6.2 Resultatdiskussion 19

6.2.1 Vilken betydelse har taluppfattning för elevers matematiska utveckling? 20

6.2.2 Hur kan lärare främja elevers taluppfattning? 21

6.3 Framtida studier **23**

7. Referenslista **24**

Bilaga 1 ..... **27**

1. Inledning

Matematik beskrivs som en mänsklig aktivitet såväl som ett socialt fenomen. För att göra världen mer begriplig krävs bistånd av en uppsättning metoder (Boaler, 2011, s. 23). Taluppfattning syftar på den allmänna förståelsen för tal och operationer, i kombination med en förmåga att använda den förståelsen på ett mångsidigt sätt i syfte att utföra matematiska bedömningar. I samma veva ska eleven kunna utveckla effektiva strategier för hantering av numeriska situationer (Reys et al. 1999, s. 61). Frågor som "Hur högt är Mount Everst?", "Hur lång är blåvalen?" eller "Hur stor är befolkningen i Sverige?" kan vara svåra att besvara om personen ifråga inte besitter, bland annat, en god taluppfattning.

Unenge, Sandahl och Wyndhamn (1994) hävdar att taluppfattning är det mest grundläggande begreppet inom matematiken. Vidare hävdar forskarna att ett flertal studier visar att brister i taluppfattning är den huvudsakliga anledningen till att elever upplever svårigheter inom olika kunskapsområden i matematiken (Unenge et al. 1994, s. 112). Under lärarutbildningen stöter lärarkandidater på internationella kunskapsmätningar, såsom TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) och PISA *(Programme for International Student Assessment)*. Dessa kunskapsmätningar utgår bland annat från elevers matematiska kunskaper om taluppfattning och aritmetik. Den senaste upplagan av TIMSS (2019) innefattade att elever i årskurs fyra prövades inom området. Resultatrapporten inom elevers taluppfattning visade att alla deltagande nordiska länder bland annat har svagheter i taluppfattning inom innehållsfältet. Kunskapsmätningarna visade att svenska skolelever uppnår lägre resultat än genomsnittet i jämförelse med andra OECD-länder. OECD står för *Organisationen för ekonomisk samarbeta och utveckling*.

Regeringen hade för avsikt att skapa ett konkret och tydligt bedömningsstöd i taluppfattning som grundskolelärare kunde förhålla sig till (Skolverket, 2019b, s. 1). Majoriteten av forskningen som studerats i denna litteraturstudie visar att en tidigt utvecklad taluppfattning för elevens fortsatta matematiska kunskaper under skolgången är viktig. Detta har banat väg för tankar om hur elever utvecklar sin taluppfattning i undervisning såväl som varför denna har stor påverkan på deras matematiska kunskaper. Genom en undersökning som i mångt och mycket kretsar kring taluppfattning vill jag i denna studie presentera en litteraturöversikt över relevant forskning om ämnet.

2. Syfte och frågeställningar

Litteraturstudien har för avsikt att sammanställa matematikdidaktisk forskning om betydelsen av god taluppfattning.

- Vilken betydelse har taluppfattning för elevers matematiska utveckling?
- Hur kan lärare främja elevers taluppfattning?

3. Bakgrund

I detta avsnitt framgår vad styrdokument samt kunskapsmätningar (3.1) belyser om det specifika ämnet, följt av en förklaring kring vad taluppfattning är (3.2).

3.1 Styrdokument

En djup förståelse för relationer inom tal, mellan tal och för relationen mellan tal och omvärlden, parat med lusten att använda förståelsen, kan kortfattat förklara definitionen av god taluppfattning. I Skolverkets (2019, s.55) läroplan beskrivs att undervisningen kring taluppfattning ska innefatta rimlighetsbedömning, naturliga tal, användning av positionssystem för att kunna beskriva naturliga tal samt hur tal kan delas och i sin tur benämnas i enkla bråkform. Undervisningen ska även behandla centrala metoder med beräkningar av naturliga tal såsom huvudräkning, överslagsräkning, beräkning med skriftliga metoder och digitala verktyg. Undervisningen ska även gå igenom naturliga tal och de fyra räknesätten i det vardagliga livet (Skolverket, 2019, s.55).

I Skolverkets K*ommentarmaterial till kursplanen i matematik* framgår det att innebörden av kunskapsområdet ”taluppfattning och tals användning” är att eleverna ska ges övergripande kunskaper om tal och hantering av tal samt beräkningsmetoder. Det lyfts även fram hur kunskaperna kan appliceras på matematiska och alldagliga kontexter och att taluppfattning – som handlar om insikt för tals betydelse, storlek och relationer – fungerar som en grund för att utveckla lärdomar inom matematik. För att vidareutveckla elevers förståelse och uppfattning av tal och olika räknesätt bör elever successivt ställas inför tal, och beräkningar av tal, i ett utvidgat talområde (Skolverket, 2017, s. 12).

TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) och PISA *(Programme for International Student Assessment)* är två internationella kunskapsmätningar som används för att mäta och jämföra de deltagande ländernas elevprestationer inom bland annat ämnesområdena matematik och naturvetenskap. Inom både TIMSS och PISA har man tydliga målgrupper där TIMSS är riktat mot två målgrupper (åk 4 och 8) och PISA endast en målgrupp (15-åringar). Studierna möjliggör jämförelse av resultat mellan länder, såväl som monitorering av kunskapsnivåerna inom landet över tid. Mätningar som gjordes från 2011 till 2019 visar att svenska elever i både årskurs fyra och åtta presterade under genomsnittet i EU-länder såväl som OECD-länder (Skolverket, 2019/2018). I Skolverkets

(2019b) *nationellt bedömningsstöd i taluppfattning* besvaras frågan om varför materialet främst prövar taluppfattning som ämnesområde. Svaret är att en god taluppfattning är grundläggande för vidare matematikinlärning. För att en elev ska kunna operera och räkna med tal är det avgörande att eleven visar förståelse för tal och deras olika värden (Skolverket, 2019b, s. 4). Forskarna Unenge, Sandahl och Wyndhamn (1994) hävdar att en god taluppfattning - tillsammans med bild av talen, deras storlek och inbördes relationer - är en förutsättning för praktiskt taget all kunskap om matematik (Unenge et al. 1994, s. 112).

3.2 Taluppfattning

Många menar att taluppfattning handlar om förståelsen för tal och matematiska operationer – insikten av att varje tal i en räkne följd alltid är större än den som kom precis före eller alltid mindre än de tal som efterföljer (Jordan et. al, 2012, s. 647).

Enligt Grevholm (2012) innebär taluppfattning en förståelse för tal och dess innebörd, storlek och relationer såväl som tolkningen av hur tal används. Elevers utveckling av taluppfattning är en ständigt pågående process och sker gradvis som resultat av deras nyfikenhet för tal. Utvecklingen startar redan innan barnet börjat i skolan. Förskolan spelar därför en betydande roll för utveckling av taluppfattningen. Det är av stor vikt att elever redan i samband med de tidiga skolåren, men också i förskoleklass, stimuleras till att utforska deras talnyfikenhet. Detta ska ske på ett påhittig och flexibelt sätt som inte är med fokus på traditionella algoritmer, samtidigt som detta ska förhålla sig till undervisningen i matematik (Grevholm, 2012, s. 87). Förskolebarn har förmågan att uppfatta numeriska värden som är kopplade till små kvantiteter automatiskt, samtidigt som de mekaniskt behöver räkna för att avgöra värdet av större kvantiteter (Jordan et. al, 2012, s. 647). Vidare belyser Löwing (2008) att förutsättningen för att elever ska kunna operera med tal, alltså att föra matematiska beräkningar, är att de förstår talen och deras attribut på ett sätt som kan fungera flytande, det vill säga hitta olika mönster. Hon tar elevers läsande som exempel, samtidigt som hon lyfter fram att elever behöver kunna avkoda bokstäver i syfte att skapa ord och därmed kunna läsa, vilket sker när läshastigheten är så hög att de som läser inte längre begriper hur det fungerar. Följaktligen handlar taluppfattning om att eleven har en känsla för hur talen är strukturerade och att flytande kunna operera med tal (Löwing 2008, s.45).

När det gäller elevers uppfattning av tal och antal presenterar Gelman och Gallistels (1986) en modell som består av fem principer, betraktad som en nödvändig grund för att utveckla en grundläggande taluppfattning. Den första är abstraktionsprincipen, vilken innebär att antalets föremål kan bestämmas i avgränsad mängd. Den andra principen som ingår i varje räknemodell vi känner till antar användning av vad vi kallar Ett-till-ett-principen. Denna princip innebär att genom att ordna föremål parvis, kan det avgöras om två kvantiteter innehåller lika eller olika mängder objekt. Den tredje principen är godtycklig ordning, som innebär att samma resultat kan erhållas oavsett i vilken ordning objekten räknas (Gelman och Gallistel, 1986, 77–80). Löwing (2008) menar att dessa tre principer anses vara ärftliga och utvecklas i yngre dagar, men för att elever ska kunna ta till sig och använda dessa är det nödvändigt att eleverna verkar i en miljö där de kan uppleva och prova dem. Tack vare kombinationen av dessa principer kan elever utveckla ny kunskap och se en ny helhet. Vidare skriver Löwing (2008) att de två övriga principerna, alltså princip fyra och fem, är olika de andra tre. Anledningen är att de kräver övning samt att utveckling sker i en social kontext (Löwing, 2008, s. 40–45). Gelman och Gallistel (1986) beskriver den fjärde principen, vilken är talens stabila ordning och handlar om att eleven bör behärska Ett-till-ett principen och talraden. Med det menas att eleven behöver kunna talens namn i rätt ordning för att undvika att hela räkningen blir felaktig. Den femtantalsprincipen innebär att elever kan ange antalet föremål i numret som anges. Det faktum att vissa elever har problem med antal eller tal beror vanligtvis på att eleverna i fråga inte kan hantera en eller flera av ovanstående principer. Det kan i sin tur leda till svårigheter att följa skolans undervisning och uppfattning av de nya begreppen som används. Skillnaderna mellan dessa principer är att princip fyra och fem är mänskliga strukturer. Därför måste talens namn övas in på ett sådant sätt att talraden präntas in i elevernas minnen. Om en elev saknar ett enda tal vid en uppräckning blir hela räkneprocessen felaktig (Gelman och Galistel, 1986, 81–83).

4. Metod

Avsikten med denna litteraturstudie är att belysa vad tidigare forskning framfört gällande det specifika ämnet. I detta avsnitt har tillvägagångsättet inom sökandet lyfts fram (4.1). Vidare beskrivs urvalet, som belyser vilka träffar som ansågs relevanta för studien, samt inkluderingar och exkluderingar av artiklar (4.2), följt av en urvalstabell (1.1). Slutligen beskrivs även hur materialet har analyserats (4.3).

4.1 Databaser och informationssökandet

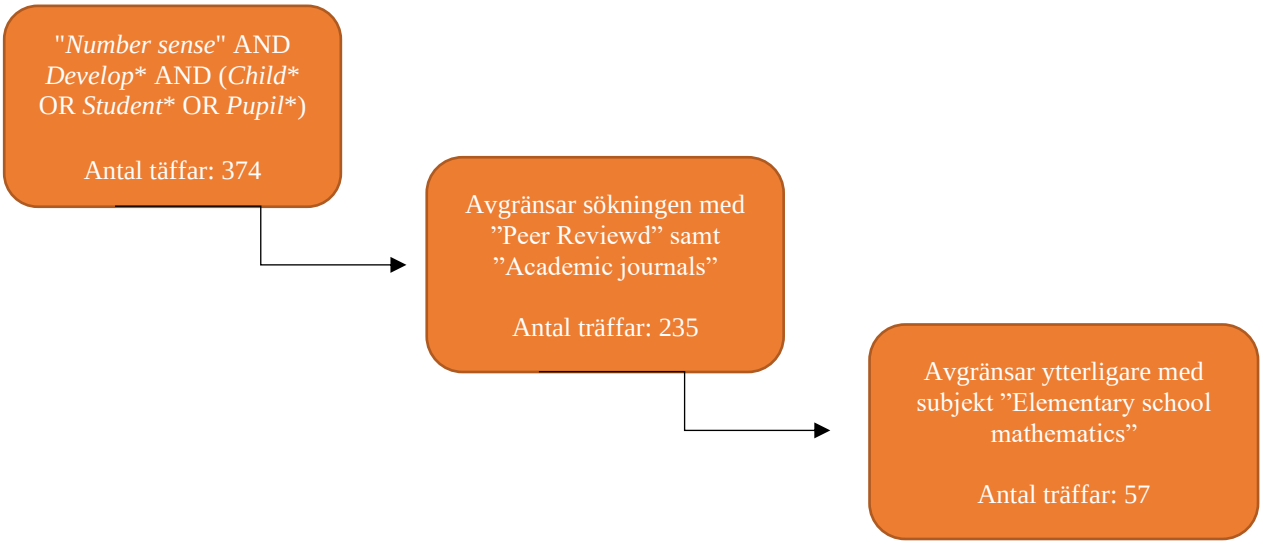
Till en början gjordes systematiska sökningar, vilket innebär att man systematiskt kartlägger och dokumenterar tidigare publikationer inom samma ämnesområde. I sökandet efter studier har jag, utifrån syftet av studien, utgått från de bärande begreppen som *taluppfattning*, *utveckling* och *barn/elever*. Detta ledde i sin tur till nyckelorden elever, matematik, lärande/undervisning som kom att användas som sökord.

ERIC (Educational resources information center), Primo och Divaportalen användes som databaser för inhämtning av material. Divaportalen användes i början och enbart för att finna inspiration kring ämnet. Sökningen och användandet av träffar haft sin utgångspunkt i sökmotorn ERIC, då det visade sig ge flest träffar. ERIC är en sökmotor som ger förslag på såväl internationella som svenska studier, vilket inkluderar avhandlingar, bibliografier, tidskriftsartiklar, böcker och rapporter. Sökningen utgick som tidigare nämnt utifrån de bärande begreppen taluppfattning, utveckling och elever/barn. Eftersom Sökmotorn ERIC är global görs sökningarna på engelska och sökorden behöver därför översättas till "*Number sense*" AND *Develop** AND (*Child** OR *Student** OR *Pupil**), där trunkering (*) användes för att inkludera böjningar som *development, developing, pupils, students* samt *children* eller *childrens*. Detta moment genomfördes i syfte att bredda möjligheten för antalet träffar och även för att hålla sig till ämnet, som resulterade i 374 träffar. Dessa behövde avgränsas eftersom ett av kriterierna var att endast vetenskapliga artiklar skulle ingå i studien. ”Peer Reviewed” samt ”Academic journals” inkluderades i urvalet för att garantera att resultatet i sökningen präglades av ett vetenskapligt perspektiv och det resulterade i att träffarna minskade från 374 till 235 träffar. Eftersom antalet träffar fortfarande var för högt inkluderades ytterligare ett subjekt, nämligen ”Elementary school mathematics”, i syfte att avgränsa sig ännu mer vad gäller studiens syfte, som bör fokusera

på grundskolans matematik. Vid utförande av det sista steget landade sökningen, till sist, på 57 relevanta träffar.

Figur 1

Nedan följer en figur som detaljerat visar informationssökningen via sökmotorn ERIC.



4.2 Urval (Inkluderings- och exkluderingskriterier)

Studien har för avsikt att visa hur undervisningen kan utveckla elevers taluppfattning och i strävan efter artiklar relevanta till syftet innehåller urvalet bärande begrepp, som tidigare har lyfts fram (4.1). Vid val av artiklar fick abstrakten fungera som utgångspunkt för dessa. Om artiklarna ansågs relevanta för studiens syfte skiftades därefter fokus till att granska inledningen och bakgrunden. Med andra ord lyfte abstrakten fram beskrivningar och begrepp som rörde elevers eller barns taluppfattning i grundskolan, i synnerhet i matematikundervisningen, med tillräcklig relevans för att inkluderas i studien. Det resulterade i nio artiklar som behandlade elevers taluppfattning såväl som utvecklingen inom taluppfattning, men också i att resterande sökträffar som saknade relevans exkluderades. Exkluderingen går att förklara med att artiklarna rörde bland annat digitala verktyg, matematik ur ett historiskt perspektiv eller andra matematiska ämnesområden. Även artiklar utan direkt anknytning till skolans värld exkluderades då inte heller dessa betraktades som relevanta för studiens syfte. Flera av artiklarna som valet däremot föll på utgick från samma studier eller referenser, vilket resulterade i att de artiklarna hittades

genom kedjesökningar. Kedjesökning innebär att man hittar annan relevant litteratur genom hänvisningar till annan litteratur och som i sin tur kan hänvisa till annan litteratur. Detta kan göras genom att kolla upp citeringar och referenser i artiklarna. Bland annat lyftes en artikel skriven av Reys m.fl. (1999) fram i ett flertal artiklar som behandlades i studien, i egenskap av att vara relevanta. Mot bakgrund av detta valdes sex artiklar (Back et.al, 2013; Dunphy, 2007; Griffin, 2004; Jordan et.al, 2010; Muir, 2012) via kedjesökningen.

Tabell 1

Tabellen visar en sammanställning av de inkluderade studierna.

Författare	Titel	År	Publikationstyp	Land
Andrews, P & Sayers, J.	Identifying Opportunities for Grade One Children to Acquire Foundational Number Sense: Developing a Framework for Cross Cultural Classroom Analyses	2015	Tidsskriftartikel	Sverige och Ungern
Back, J., Sayers, J. & Andrews, P.	The development of foundational number sense in England and Hungary: A case study comparison	2013	Tidsskriftartikel	England och Ungern
Dunphy, E.	The primary mathematics curriculum: enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school.	2007	Tidsskriftartikel	Irland
Faulkner, V. N.	The Components of Number Sense: An Instructional Model for Teachers	2009	Tidsskriftartikel	USA
Griffin, S.	Building number sense with Number Worlds: a mathematics program for young children	2004	Tidsskriftartikel	USA
Jordan, N. C., Glutting, J. & Raminen, C.	The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades	2010	Tidsskriftartikel	USA

Kuldas, S., Sinnakaudan, S., Hashim, S., & Ghazali, M.	Calling for the development of children´s number sense in primary schools in Malaysia	2017	Tidsskriftartikel	Malaysia
Muir, T.	What is a reasonable answer? Ways for students to investigate and develop their number sense.	2012	Tidsskriftartikel	Australien
Pittalis, M. Pitta-Pantazi, D. & Christou, C.	A Longitudinal Study Revisiting the Notion of Early Number Sense: Algebraic Arithmetic AS a Catalyst for Number Sense Development	2018	Tidsskriftartikel	Cypern
Reys, R., Reys, B., Mcintosh, A., Yang, D-C., Emanuelsson, G. & Johansson, B.	Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan and the United States	1999	Tidsskriftartikel	Australien, Sverige, Taiwan och USA
Shumway, J. F., Bundock, K., King, K., Burnside, M., Gardner, H. & Messervy, F.	Visualizing Number: Instruction for Number System Knowledge in Second-Grade Classrooms	2020	Tidsskriftartikel	USA
Sowder, J. & Schappelle, B.	Research into practice: Number sense-making.	1994		USA
Witzel, B. S., Ferguson, C. J. & Mink, D. V.	Number Sense: Strategies for Helping Preschool through Grade 3 Children Develop Math Skills	2012	Tidsskriftartikel	USA
Yilmaz, Z.	Young Children's Number Sense Development: Age Related Complexity across Cases of Three Children.	2017	Tidsskriftartikel	Turkiet
Zaslavsky, C.	Developing number sense: What can other cultures tell us?	2001	Tidsskriftartikel	USA

4.3 Materialanalys

Vid val av artiklar var en avgörande utgångspunkt beträffande denna studie att artiklarna innehöll en vetenskaplig grund, där materialet som analyserats besvarade såväl studiens frågeställningar som syfte. Både titel och abstrakt fungerade som utgångspunkt för val av artiklar, som framtogs genom sökning och sparades i en mapp. Jag utgick från de artiklar som sparades och tog en ny titt på abstrakten och inledningen. Skapade artikeln återigen en känsla av att kunna besvara studiens syfte fortsatte jag att läsa hela artikeln i syfte att se om den besvarade studiens frågeställning. Vidare skrevs sammanfattningar ned, sammanställda i ett dokument som jag kunde falla tillbaka på för att effektivisera och lättare få överskådlig blick om jag behövde återgå till en särskild artikel. För att inte blanda ihop artiklarna skapades en tabell som, i form av en översikt, tydligt illustrerade det analyserade materialet (se bilaga 1). I tabellen (bilaga 1) redogörs, bland annat, vad studierna i artiklarna syftar på samt deras resultat i studien. Därefter sorterades artiklarna efter hur de definierade begreppet taluppfattning och vad det står gällande kopplingen mellan taluppfattning och barnens matematiska utveckling. Jag analyserade och jämförde likheter och olikheter mellan resultatdelarna i de relevanta artiklarna och sammanställde dessa. En viktig del av forskningsöversikten som gjorts i denna studie är boken *Smart: Ett sätt att genomföra forskningsöversikter* (Nilholm, 2017). Tillvägagångsättet som beskrivs i boken har fungerat som inspiration i samband med urvals- och sökprocessen i studien som resulterat i sammanställningen av resultaten. Det inkluderar att inleda med att lägga stor vikt på inläsning av abstrakten och inledning före vidare läsning. Vid val av artiklar delades källorna in i olika kategorier. En kategori handlade om generell taluppfattning och den andra om vilka negativa och positiva följder elever kan få av bra eller mindre bra taluppfattning. Enligt Nilhom (2017, s.61) är kategorisering av källor ett effektivt sätt att kunna urskilja olika områden om artiklar.

5. Resultat

Följande avsnitt beskriver litteraturstudiens resultat utifrån dess frågeställningar och syfte. Avsnittet inleds med en beskrivning av vad det innebär för lärare och elever i skolverksamheten (5.1). Vidare beskrivs elevers utveckling inom taluppfattning (5.2) samt hur undervisningen bedrivs för att nå framsteg inom taluppfattning (5.3).

5.1 Lärares arbetssätt för att främja elevers taluppfattning

Faulkner (2009) belyser att lärare behöver specifikt stöd för att begripa hur de ska få eleverna att utveckla goda taluppfattningskunskaper (Faulkner, 2009, s. 24). Dunphy (2007) menar att vägledning för lärare behövs i syfte att skapa ett tydliggörande för barn, detta om deras intresse för tal ska vara centralt, samt att lärare behöver arbeta effektivt med barn i förhållande till deras taluppfattningsutveckling. Om barnens vardagliga upplevelser ska beaktas när lärare planerar för deras lärande i syfte att främja taluppfattning måste lärare därutöver undersöka hur barnen upplever inlärningen och ha detta i åtanke vid användningen av barnens taluppfattning (Dunphy, 2007, s. 20). Vidare menar Faulkner (2009) att uppskattning av tal mestadels är förknippad med taluppfattning och därför utgör något som eleverna behöver begripa. Uppskattningar är därför ett särskilt område för elever att utveckla och det är lika viktigt att lärarna tar hänsyn till det. Även basen 10 är en viktig del som är förknippad med taluppfattning och anses vara ett värdefullt redskap för att förstå uppskattning (Faulkner, 2009, s. 28).

Zaslavsky (2001) hävdar att elever behöver se hur barn i andra länder räknar för att få en bättre förståelse för olika matematiska system som existerar runtom i världen. De utvecklar därigenom en större uppskattning av det faktum att människor räknar på olika sätt och att det inte finns något rätt eller fel. Trots att människor är olika kan barn få hjälp att orientera sig i att se de gemensamma villkor som råder i våra liv. Med tanke på den spännande historia som finns i mänsklighetens skildring av siffror finns mycket att lära och ta del av för att öka barns och elevers förståelse och utveckling av taluppfattning (Zaslavsky, 2001, s. 5). För att undvika att elever med svårigheter ska halka efter i undervisningen krävs fler möjligheter till lärande, där olika strategier behöver tillämpas för att öka deras kunskap om taluppfattning. Det är därutöver viktigt att föra diskussioner om ämnet snarare än att enbart använda sig av mekanisk räkning (Muir, 2012, s. 25). Jordan et al. (2010) lyfter i sin

undersökning, som gjorts på första- och tredjeklasselever, fram att inlärningssvårigheter i matematik kan spåras till bristande kompetens relaterade till jämförelse, räkning och omvandling. De förmågorna har visat sig vara särskilt viktiga att utveckla för elever med en viss socioekonomisk status. Det är därför viktigt att arbeta med insatser och instruktioner tidigt i skolåren (Jordan et al. 2010, s. 88). Oavsett socioekonomisk status har elever med svårigheter inom matematik oftast även bristande taluppfattning, medan elever med god taluppfattning besitter goda kunskaper inom matematik (Muir, 2012, s. 25).

Yilmaz (2017) resonerar kring ett taluppfattningstest som innefattade tre unga elever. Där fick eleverna en uppsättning av kort och på varje kort fanns en siffra mellan 1 och 40. Eleven fick i uppgift att rada upp numren i ordning. De tre deltagarna var en fyraåring, en sexåring och en sjuåring. Fyraåringen kunde enbart känna igen siffrorna 1 till 5, medan sex- och sjuåringen kunde ställa upp korten med samtliga siffror i rätt ordning. Något som var förvirrande för de två äldre eleverna var talen 12 och 21, då dessa utgörs av samma siffror. Testet visar att nivåerna av förståelse för taluppfattning ökar i takt med att barnen blir äldre och mer erfarna (Yilmaz, 2017, s. 897). Andrews & Sayers (2015) hävdar å sin sida att det finns gråzoner i och med skillnader på taluppfattning som är medfödd och taluppfattning som inte kan uppfattas. De har lyft fram att en fyraåring besitter en medfödd räkningsförmåga som nummerkvantitet – en förmåga som medvetet gör de möjligt för dem att svara på frågor om tal och siffror. När barnen blir äldre har de därför redan utvecklat en särskild förmåga vad gäller taluppfattning (Andrews & Sayers, 2015, s. 258). På ett snarlikt vis belyser Jordan et al. (2010) att taluppfattning slår rot tidigt i barnets liv och successivt utvecklas i takt med att barnen blir äldre och börjar skolan (Jordan et al. 2010, s. 82). Vidare hävdar Jordan et al. (2010) att låginkomstförskoleelever presterar lägre än medelinkomstförskolelever när det gäller muntliga talkombinationer, matematiska problemlösningar, addition och subtraktion samt att de använder sig av räkningsstrategier på ett mindre anpassningsbart sätt (Jordan et. Al, 2010, s. 83). Det finns många missgynnanden för elever med låginkomsttagande hemförhållanden som kommer till skolan med få erfarenheter inom taluppfattning, att jämföra med barnen till medelinkomsttagande föräldrar. Bristen på de få erfarenheter de missgynnade barnen erhåller leder till bristfällig taluppfattning när de blir äldre och börjar grundskolan (Jordan et al. 2010, s. 86). Witzel et al. (2012) menar därför att lärare tidigt kan upptäcka och stötta unga elevers inlärningssvårigheter inom matematik – detta genom att lära eleverna att se

kopplingar mellan reella tal och heltal samt utveckla elevernas förståelse för värdet av siffror (Witzel et al. 2012, s. 94).

5.2 Elevers utveckling inom taluppfattning

Pitallis et al. (2018) argumenterar å sin sida för att tidigt utvecklad taluppfattning bidrar till att eleven lär sig mer komplexa matematiska begrepp under skolgången, vilket senare bidrar till ett matematiskt flyt och fungerar som en grundläggande faktor för elevens tidiga matematiska kunskaper (Pitallis et al. 2018, s. 224). Reys et al. (1999) belyser i sin studie att taluppfattning är avgörande för elevers vidare utveckling av flera förhållanden mellan matematiska begrepp, fakta och färdigheter. Det anses därför vara en avgörande mångfaldig tillgång för elever, som enligt forskarnas mening kan plockas fram vid behov (Reys et al. 1999, s. 62). Witzel et al. (2012) menar att utveckling inom taluppfattning hos barn kopplas till framtida matematikprestationer och förknippas med fonologisk medvetenhet, som i sin tur kopplas till läsprestationen. Vidare beskrivs att detta kan tyda på framtida prestationer. Trots att barn i viss mån kan komma att memorera grundläggande fakta och förklara dessa kan förvirringar leda till svårigheter vad gäller efterföljande matematiska färdigheter om barnen, mot förmodan, inte kan använda denna fakta när de går över till större antal (Witzel et al. 2012, s. 90). Samtidigt lyfter Pitallis et al. (2018) fram forskning inom matematikundervisningen, som hävdar att taluppfattning kan manifesteras på olika sätt och bör delas upp som meningsfulla enheter i uppfattning av tal. Genom att utveckla flera komponenter tillsammans kan det uppnås och komponenterna är följande: igenkänning av relativ talstorlek, förståelse för antalets betydelse, användning av flera representationer av operationer och tal, uppskattning och bedömning av rimligheten i uppskattningar av resultat, lämplig användning av riktmärken och slutligen uppskattningen av betydelsen och relativa effekten av operationer på tal (Pitallis et al. 2018, s. 242). Zaslavsky (2001) menar att barn utvecklar sin taluppfattning genom förtrogenhet med tal. Ju oftare barnen får bekanta sig med en viss kvantitet av tal, desto lättare kan de senare utveckla en förståelse för värdet av dessa kvantiteter. Samtidigt lyfter Zaslavsky (2001) fram hur barn i olika länder använder sig av fingrarna när de räknar och hur det kan skilja sig beroende på vilket land barnet bor i. Vidare resoneras det kring att barn, med hjälp av sinnen, kan känna varje tal när de räknar på sina fingrar. Därigenom aktiveras även resterande sinnen som människan har, såsom ljud i form av ord som tilldelas siffror och syn i samband med att barnen ser

beteckningar som representerar olika kvantiteter. I ett flertal samhällen världen över har människor utvecklat en form av gesträkning, som är olika precis på samma sätt som språk kan skilja sig från varandra (Zaslavsky, 2001, s. 1–2).

Griffin (2004, s. 175–176) redogör för olika principer som lärare kan förhålla sig till i syfte att utveckla och stärka elevers matematiska kunskaper och taluppfattning. Den första principen handlar om att bygga på elevens nuvarande kunskap. Det innebär att eleven måste få möjlighet att knyta an ny kunskap till redan existerande kunskap för att begripa något över huvud taget. Den andra principen handlar om att följa den naturliga utvecklingen hos eleven när ny kunskap ska presenteras. Eftersom det finns en gräns för hur mycket ny kunskap eleven kan ta in vid en viss ålder eller på individnivå finns ingen anledning att påskynda processen, utan snarare låta processen ske naturligt för varje individ. Den tredje principen går ut på att eleverna ska lära sig beräkning flytande såväl som konceptuell. Vidare menar författaren att båda delar går hand i hand, men att det behöver framgå för eleven i form av diverse aktiviteter och räknestrategier (Griffin, 2004, s. 175–176). Den fjärde principen handlar om att skapa varierade möjligheter för eleven att arbeta med problemlösning, kommunikation inom matematiken och hederlig beräkning (Griffin, 2004, s. 177). Den femte och sista principen handlar om att introducera eleven för de mest väsentliga sätt som talen representeras samt prata om outvecklade samhällen. Genom att visa hur varje enskilt land räknar och hur det kan skilja sig mellan olika länder, där vissa inte har tillgång till undervisning eller kunskap om olika räknesätt, kan eleven utveckla en förmåga att förstå att deras sätt är likvärdigt med andra. Elever som är bekanta med dessa uttryck och det språk som används för att tala om tal i dessa miljöer är mer benägna att förstå problemen de stöter på även utanför skolan (Griffin, 2004, s. 178).

Kuldas et al. (2017) hävdar i sin studie att elevers utvecklade och icke utvecklade taluppfattning förbättras genom problemlösningssituationer. Det beskrivs även att grundskoleelevers taluppfattning är avgörande för vidare matematisk utveckling och att elever som möter svårigheter med taluppfattning kommer att få det svårt under utvecklingen (Kuldas et al. 2017, s. 594–596). Med tanke på de delar som är väsentliga att utveckla kan matematiken ses som en helhet av olika komponenter som i slutändan hör ihop. De komponenterna är basen 10, proportionella resonemang, talformer, algebraiskt och geometrisk tänkande, kvantitet och magnitud samt numrering och jämlikheter. Om läraren begriper att dessa komponenter hör ihop och samspelar i en utvecklande process

bredvid elevens lärande kan undervisningen om taluppfattningen bli givande (Faulkner, 2009, s. 29).

5.3 Undervisning för framstegen i taluppfattning

Witzel et al. (2012) beskriver taluppfattning som en förmåga att direkt identifiera numeriska värden som förknippas med mindre värden men även grundläggande datoranvändning. Vidare beskrivs det även som en förmåga att uppskatta små antal objekt och enkla numeriska operationer (Witzel et al. 2012, s. 89–90). Detta indikerar på att undervisningen bör innefatta aktiviteter där eleven får träna på olika operationer och situationer för att främja taluppfattning. För att eleven ska behärska taluppfattning behöver eleven, genom effektivt engagemang av olika typer av aritmetik och algebraiskt aritmetisk tänkande, uppnå godtagbara kunskaper att ta med sig i framtida studier (Pitallis et al. 2018, s. 242). Vid ung ålder gynnar det således elever att lära sig grundläggande kunskap om siffror för att därigenom kunna dra nytta av matematiska händelser i högre årskurser genom skolgången (Jordan et al. 2010, s. 86).

Shumways et al. (2020) studie handlar huvudsakligen om att undersöka NSK (*Number system knowledge*) hos elever i årskurs 2. Efter att eleverna deltagit i en undervisning med fokus på att bygga deras NSK genom visuella representationer var syftet också att identifiera variationerna och omväxlingarna i deras NSK-resultat (Shumways et al. 2020, s. 143). Studien visade att undervisning med fokus på visuella kvantiteter kopplade till siffror och ekvationer är intresseväckande och fördelaktigt för elever i andra klass NSK-lärande. Vidare beskriver Shumways et al. (2020) att undervisningen, i kombination med elevernas traditionella undervisning, gav eleverna möjligheter till lärandet inom NSK. Detta visade sig i sin tur vara lovande mot bakgrund av att tidskraven för undervisningarna som undersöktes var relativt låga och sträckte sig över nio veckor. Detta indikerar på att undervisning som innefattar rumsligt tänkande och taluppfattning är ett effektivt tillvägagångssätt för att förbättra elevernas totala NSK (Shumways, 2020, s. 159). Vidare hävdar forskarna att ett flertal lärare i årskurs 2 fortsätter att tampas med variationen som elever tar med sig in till klassrummet när det gäller förståelsen för taluppfattning, såväl som att NSK kan vara en kritisk beståndsdel inom taluppfattning för att vidare skapa en förståelse för att förbättra matematiska instruktioner. Detta beror säkerligen på att elever i

årskurs 2 fortsätter att utveckla sitt symboliska flyt och därmed behöver koppla detta flyt till deras visuella taluppfattning (Shumways et al. 2020, s. 143).

Lärare har möjlighet att undersöka komplexiteten och den flerdimensionella aspekten av taluppfattning hos elever tack vara den mängd forskning som finns presenterad inom taluppfattning i matematikundervisningen. Samtidigt bör undervisningen av taluppfattning innefatta aktiviteter där eleven får träna på diverse operationer och situationer där taluppfattning förekommer. För att eleven ska behärska taluppfattning behöver han eller hon, genom effektivt engagemang av olika typer av aritmetik och algebraiskt aritmetisk tänkande, uppnå godtagbara kunskaper som man därefter tar med sig i framtida studier (Pitallis et al. 2018, s. 342). Sowder och Schapelle (1994) menar att allt fler forskare dokumenterar exempel på klassrum där elever erhåller en god taluppfattning och därutöver kategoriseras dessa inslag om undervisning i fyra olika delar. Den första delen handlar om att skapa en mening och förståelse för alla aspekter av den matematiska inlärningen och dess instruktioner, vilket är särskilt viktigt i talrelaterade avseenden. Den andra delen handlar om klassrumsklimatet och hur det kan bidra till att skapa känslor såväl som en öppen diskussion där matematik förekommer. Oavsett om det är i mindre grupper eller i helklass ska det fungera som en helhet. Ett bra klassrumsklimat uppmuntrar till sinnesskapande, ifrågasättande, kritik, utvärdering och generella frågor om kunskap och lärande. Positiv förändring är också något som förekommer i ett bra klassrumsklimat när elever tar ställning och får ställas mot sig själva och andra i syfte att utveckla sitt lärande och sin interaktion med klasskamraterna i strävan efter kunskap. Det tredje steget handlar om matematiken som ett delat lärande av ett intellektuellt bruk, som främjar elevers sätt att försvara matematiska antagande och hur de resonerar när de ställs inför matematiska problem. Det fjärde och sista steget som Sowder och Schapelle (1994) lyfter fram är att elever lär sig matematik i olika sammanhang och inte bara i den traditionella klassrumsundervisningen. Det talas om zonen för proximal utveckling, som Vygoskty står bakom, där inlärningsprocessen sker när eleverna lär sig något i interaktion med klassrumskamrater och andra människor i samspel för att således gå vidare till nästa nivå (Sowder och Schapelle, 1994, s. 342). Vidare gör Dunphy (2007) en teoretisk analys av taluppfattning där man ser bortom definitionen, bortom konstituerade färdigheter och bortom rationell förståelse av taluppfattning. Snarare kan man föreställa sig taluppfattning som en form av kognitiv expertis, där kunskap råder inom en domän. Domänen kan

betraktas som en miljö fylld av numeriska objekt som eleven kan lära känna och använda sig av i det vardagliga livet, såväl i skolan som utanför (Dunphy, 2007, s. 9).

6. Diskussion

I följande avsnitt diskuteras studiens informationssökning, resultatet av undersökningarna samt materialanalys (6.1). Vidare diskuteras studiens resultat och slutsatser (6.2), följt av stycken som redogör för frågeställningen i studien (6.2.1 och 6.2.2). Diskussionen avslutas med funderingar kring framtida undersökningar och studier (6.3).

6.1 Metoddiskussion

Inledningsvis låg fokus i studien på att undersöka hur digitala verktyg påverkar elevers matematiska inlärning och utveckling. Syfte och frågeställningar ändrades dock två veckor in i arbetet och övergick i ett mer specificerat ämnesområde, nämligen taluppfattning. Sökningen som avsåg ämnet ansågs mer relevant mot bakgrund av egna reflektioner och nyfikenhet vad gäller ämnet matematik. Således blev taluppfattning mer relevant att undersöka och bidrog till en tydligare avgränsning med såväl effektivitet som goda träffresultat.

Sökningen genomfördes via Swepub och Primo, där ambitionen var att finna relevant nationell och internationell forskning om taluppfattning. Det resulterade dock i alldeles för få träffar för att kunna göra ett tillräckligt bra urval av forskning som var relevant för studiens syfte. Med tanke på den globala spridning ämnet matematik har inom forskning skiftades fokus i sökningsprocessen och övergick i ett internationellt perspektiv. Bland de sökbaser som användes för att ge ett bredare internationellt perspektiv var ERIC allra mest fördelaktig och resultaten därifrån utgör en stor del av artiklar analyserade i studien. De relevanta träffar avseende artiklar som valdes ut till studien innefattade också andra forskare som var återkommande i artiklarna som inkluderades i urvalet, vilket i sin tur banade väg för en kedjesökning – gynnsam för studiens syfte. Sökningen gav alltjämt för många träffar och behövde avgränsas ytterligare med hjälp av sökord och direkta hjälpsubjekt med koppling till taluppfattning och relevanta årskurser. Avgränsningen gjordes då med hjälpsubjektet ”Elementary school mathematics”, vilket förfinade sökningen ännu mer och träffarna kom att omfatta forskning inom ramen för grundskolematematik, såväl som resultat avseende forskning på yngre barn. Det visade sig vara viktigt, vilket kan styrkas i resultatet.

Att analysera materialet var avgörande, då detta självständiga arbete utgör en litteraturstudie. I samband med analysen av artiklarna låg, i synnerhet, studiens syfte i fokus. Det material som

granskades behövde således besvara frågor med direkt anknytning till syftet. Det som var av vikt att undersöka var om det besvarar just studiens syfte och frågeställning. En annan viktig aspekt att ta hänsyn till är att en del av de, till studien, utvalda artiklarna är av äldre karaktär. Trots att det kan finnas nyare forskning kring ämnet resulterade sökningen i vissa äldre artiklar då dessa betraktades som passande för studiens syfte. Det bidrog till beslutet att inkludera de äldre artiklarna. En del äldre studier fångades upp via analysen av senare studier, som i sin tur valt att referera eller citera de studierna, vilket skapade nyfikenhet nog att undersöka de äldre artiklarna genom en kedjesökning.

Sökningen som gjordes avseende taluppfattning gav ett relativt högt antal träffar, vilket var orsaken till de avgränsningar som gjordes. Trots att den slutgiltiga sökningen mynnade ut i 57 träffar var mer än hälften av artiklarna i det urvalet irrelevanta för studiens syfte och frågeställning. Hälften av de irrelevanta artiklarna inkluderade information på ett annat språk, såväl som internationella tester utförda i ett specifikt land för ett specifikt syfte. För att eliminera risken att studien skulle bli för vinklad åt ett eller annat håll exkluderades vissa irrelevanta artiklar. En reflektion kring översättning på artiklarna gjordes, men det ansågs för riskabelt mot bakgrund av att översättning från ett språk till ett annat kan misstolkas då alla ord inte översätts korrekt. Därav kändes det mer säkert och väsentligt att förhålla sig till studier utförda på engelska.

6.2 Resultatdiskussion

Studiens syfte och frågeställningar har besvarats genom relevant forskning som använts under arbetets gång. De flesta inslag kan knytas an till varandra utifrån det matematiska perspektivet avseende taluppfattning. Begreppet taluppfattning har definierats på olika sätt och många forskare är kluvna kring vad som ska ingå i definitionen (Berch, 2005; Griffin, 2004; Yang, 2019). Av det som undersökts i litteratur och artiklar utmärker sig en genomgående uppfattning av en särskild aspekt av taluppfattning. Förutom att taluppfattning är något som elever behöver utveckla för att stärka sina matematiska kunskaper är den genomgående uppfattningen att barn behöver utveckla taluppfattning tidigt i livet. Jordan et al. (2010) menar att barn, redan från spädbarnsålder och hela vägen fram till inledningen av grundskolan, behöver utveckla taluppfattning för att i förlängningen implementera detta när de blir elever och på så vis få bredare kunskap i ämnet matematik. Den tolkningen kan betraktas som logisk, men verkligheten kan se annorlunda ut. I dag finns barn och unga med svårigheter inom ett flertal

ämnen snarare än enbart matematik. Barn och unga som brottas med att komma över den tröskel som står i vägen för deras kunskap, nyfikenhet och viljan att lära sig. Den aspekten är något som Faulkner (2009) talar om och ett relevant perspektiv lyfts fram, nämligen att lärare behöver specifikt stöd avseende hur de ska utveckla elevers taluppfattning. De specifika stödet lärare är i behov av går hand i hand med de elever som, å sin sida, är i behov av ett specifikt stöd i deras lärande. Med tanke på att varje elev är sin egen individ och lär sig på ett individuellt sätt existerar inte blott en enda väg till kunskap. Den aspekten anser jag är relevant att lyfta fram för både lärare och elev eftersom det är fundamentalt och avgörande att skolan lägger fokus på elevers utveckling och lärande.

6.2.1 Vilken betydelse har taluppfattning för elevers matematiska utveckling?

När barn får syn på hur andra människor räknar och vad historien kan lära oss om hur människan har räknat genom åren kan det skapa djupare förståelse för elevers individuella räkneperspektiv. Zaslavsky (2001) resonerar kring att synliggöra olika räknesätt för barn och unga i syfte att ge dem en ökad förståelse, i synnerhet när barn räknar med händer och fingrar. Skolan är i dag en mångkulturell miljö där barn med olika etniciteter verkar och samspelar i en lärande miljö. En elev som inte går i svensk skola räknar eventuellt på ett annat sätt än en elev som går i en svensk skola. Det är viktigt att ha i åtanke som lärare. Samtidigt har lärare inte möjlighet eller kunskap nog att redogöra för de olika räknesätten som olika länder har, vilket dock kanske inte är något som behövs då barnen och eleverna är medvetna om det. Förutom det mekaniska arbetssättet där barn endast ska räkna finns utrymme till att prata om matematik. Apropå det lyfter Muir (2012) i sin artikel fram att det, som lärare, är betydelsefullt att föra diskussioner om ämnet matematik och inte enbart räkna mekaniskt. Därigenom utvecklas elever inte bara i den dagliga kunskapsintaget, utan också på en social nivå. Det sociala erhåller de inte genom att ta upp sin räknebok och börja räkna eller lyssna på lärarens genomgångar av olika matematiska delar. Snarare utvecklas det sociala i samspelet med andra, vilket är en viktig del av läroplanen. Skolverkets (2017) kommentarmaterial beskriver innehållet i kunskapsområdet ”taluppfattning och tals användning”. Där framgår att taluppfattning utgör grunden för att förstå betydelsen för, förhållandet till och storleken på siffror samt att det är grundläggande för att utveckla matematiska kunskaper. Vidare beskrivs också att kunskapsområdet inkluderar kunskap om tal och hantering av tal, beräkningsmetoder samt hur man använder denna kunskap i matematiken såväl som i dagliga situationer. Genom att låta elever gradvis förstå siffror och utföra numeriska beräkningar inom det utökade talintervallet

fördjupar de sin förståelse och kunskap om tal och olika aritmetiska metoder (Skolverket, 2017, s. 12).

Ett flertal studier som granskats och analyserats belyser anledningarna till att taluppfattning är ett komplext ämnesområde inom matematik. Det beror på att ämnesområdet taluppfattning har olika betydelser beroende på vem frågan riktar sig till. Det som dock gör att ett flertal studier är fortsatt intressanta är att samtliga belyser taluppfattning som något grundläggande för att tänka och operera med tal, alltså räkna matematik och utveckla våra kunskaper om ämnet (Back, 2013; Dunphy, 2007; Witzel, 2012). Andrews & Sayers (2015) hävdar i sin studie att ansvaret bör ligga hos läraren att ge elever möjlighet att utveckla god taluppfattning såväl som att begripa själva begreppet. Detta styrker Yangs (2019) resonemang om varför taluppfattning beskrivs så brett när begreppet skall förklaras. Det beror framför allt på kognitiva forskare som utgår från det mänskliga tänkandets natur, varpå lärare som håller fast sitt tankesätt kring lärande och elevers personliga utveckling utgår från ett eget utvecklat tankesätt kring ämnesområdet. Samtidigt hävdar Dunphy (2007) att dagens lärare är i behov av vägledning vad gäller hur elever kan utveckla en god taluppfattning, men även avseende hur man kan identifiera och kartlägga elevers förståelse för taluppfattning. Det kan vara av stor fördel mot bakgrund av att lärare behöver besitta en kompetens inom området som ska läras ut, såväl som nå ut till eleverna. På så sätt kan svårigheter och missuppfattningar kartläggas och bearbetas i syfte att utveckla elevernas förståelse för taluppfattning och därmed ge eleverna möjlighet att vidare utveckla det matematiska tankesättet.

6.2.2 Hur kan lärare främja elevers taluppfattning?

När läraren är införstådd med vad taluppfattning är och när taluppfattning fått betydelse i själva undervisningen resulterar det i bättre inlärning av matematik (Boaler, 2011; Griffin, 2004; Löwing, 2008). I matematikavsnittet i Skolverkets (2019a) läroplan framgår att matematiken har en lång historia med ett mångkulturellt bidrag samt att den utvecklas såväl praktiskt som teoretiskt. Att tänka matematiskt innebär att tänka kreativt, problemlösande och reflekterande. Att elever ges möjligheten att utveckla ett matematiskt tänkande ger en god taluppfattning och är en viktig del att utveckla. Reys et al. (1999) belyser i sin studie att taluppfattning är avgörande för elevers vidare utveckling inom praktiskt taget alla ämnesområden inom matematik. I läroplanen (2019a) framgår detta under det centrala innehållet, närmare bestämt sex ämnesområden inom ämnet matematik för samtliga årskurser

i grundskolan. För elever i årskurserna 1–3, 4–6 och 7–9 är det första ämnesområdet inom matematik *Taluppfattning och tals användning,* vilket enligt min mening indikerar att den tidigare nämnda studien av Reys et al. (1999) stämmer överens med Skolverkets upplägg av styrdokumenten. Således är det viktigt att samtliga pedagoger i skolan ökar förmågan att identifiera svagheter avseende taluppfattning, för att därefter kunna ge elever med svårigheter möjlighet att utveckla sin taluppfattning innan de går vidare till andra arbetsområden. Sowder & Schappelle (1994) lyfter fram ett flertal studier som exemplifierar klassrum som leder till att elever får god taluppfattning. Deras studie gjordes för mer än två decennier sedan och kretsar kring undervisningar inom matematik, närmare bestämt taluppfattning. Det går att kategorisera undervisningen i fyra olika delar, som tidigare nämnts i resultatet, vilket gav mig en tydlig helhetsbild i hur undervisning kan gå till. Ett flertal teorier kan nämligen, stundtals, ge en komplicerad bild av hur undervisningen går till i praktiken. Det ska givetvis göras ihop med nya angivna evidensbaserade studier inom ämnesområdet. På så vis kan det ge aktiva lärare en helhetsbild och tydligare vägledning i hur undervisningen och lärandet ska nå ut till en särskild elevgrupp.

Möjligheten att genomföra denna litteraturstudie och försöka placera den i en kontext har, tillsammans med mina egna erfarenheter från både verksam lärarkandidat i grundskolan och lärarkandidat bakom skolbänken, givit mig ett bredare perspektiv inom taluppfattning som område, såväl som lärande och undervisning samt att summera allt genom att besvara frågan om hur elever utvecklar en god taluppfattning. Att planera en matematiklektion i verkligheten kan anses vara komplext för lärarkandidater om de saknar kunskap om vad eleverna ska prövas i och hur eleverna ska nå kunskapskraven. När en lärare planerar en lektion är den huvudsakliga utgångspunkten den specifika elevgruppen som ska ta del av undervisningen. I samma veva är dock en variation av undervisningsmetoder väldigt nyttigt för elevers lärande. För att stärka inlärningsprocessen kan vi utgå ifrån Sowders & Schapelles (1994) fjärde steg som underströk Vygosktys zon för proximal utveckling i klassrummet, där elevgruppen ständigt möter utmaningar i olika sammanhang samtidigt som läraren förser eleverna med rejäl stöttning. Men även Griffins (2004) principer är att förhålla sig till, för att förse elever möjligheten till god taluppfattning. En annan viktig aspekt som Shumways et al. (2020) lyfter fram handlar om att använda sig av konkret material och visualisera ett matematikproblem. Elever får möjlighet att möta en traditionell undervisning ihop med en modern undervisning, i symbios. Enligt mig kan detta ge elever i matematikundervisningen möjlighet till ett mer rumsligt tankesätt, vilket i sin tur skapar förutsättningar för en välutvecklad taluppfattning.

6.3 Framtida studier

Den här studien resulterade i en nyfikenhet om hur verksamma lärare identifierar och kartlägger elevers taluppfattning. Framtida forskning inom detta område skulle kunna handla om att ta reda på hur läromedel stödjer elevers lärande inom taluppfattning och hur de förhåller sig till aktuell forskning såväl som Skolverkets riktlinjer. Vidare vore det intressant att göra intervjuer med verksamma lärare i grundskolan för att få svar på vad de anser om taluppfattning, hur de undervisar densamma i klassrummet, hur de identifierar och kartlägger sin specifika elevgrupps kunskap om taluppfattning samt huruvida det finns nödvändiga verktyg för att utveckla elever med matematiska svårigheter.

7. Referenslista

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: developing a framework for cross cultural classroom analyses. *Early Childhood Education Journal*, *43*(4), 257–267.

Back, J., Sayers, J., & Andrews, P. (2013). The development of foundational number sense in England and Hungary: A case study comparison. In *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey, 6th to 10th February,* (pp. 1835-1844).

Boaler, J. (2011). *Elefanten i klassrummet: att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik*. 1. uppl. Stockholm: Liber.

Dunphy, E. (2007) The primary mathematics curriculum: enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. *Irish Educational Studi*es, *26*(1), 5-25, DOI: 10.1080/03323310601125088

Faulkner, V. N., & Cain, C. (2009). The Components of Number Sense: An Instructional Model for Teachers. *TEACHING Exceptional Children*, *41*(5), USA. 24– 30. https://doi.org/10.1177/004005990904100503

Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2018). *Unga matematiker i arbete Taluppfattning och de fyra räknesätten*. Lund: Studentlitteratur.

Gallistel, C. R. & Gelman, R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.

Grevholm, B. (2012). *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6*. Stockholm: Norstedt.

Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: a mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173-180.

Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B., & Irwin, C. (2012). Building kindergartners' number sense: A randomized controlled study. *Journal of Educational Psychology, 104*(3), USA. 647-660. doi: http://dx.doi.org/10.1037/a0029018

Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and individual differences, 20*(2), USA. 82–88.

Kuldas, S., Sinnakaudan, S., Hashim, S., & Ghazali, M. (2017). Calling for the development of children's number sense in primary schools in Malaysia. *Education 3–13*, *45*(5), 586–598. DOI: 10.1080/03004279.2016.1143521

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. (Andra upplagan). Lund: Studentlitteratur.

Muir, T. (2012). What Is a Reasonable Answer? Ways for Students to Investigate and Develop Their Number Sense. *Australian Primary Mathematics Classroom, 17*(1), 21–28.

Nilholm, C. (2017). *Smart: ett sätt att genomföra forskningsöversikter*. (Upplaga 1). Lund: Studentlitteratur.

Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., Christou, C. (2018). A Longitudinal Study Revisiting the Notion of Early Number Sense: Algebraic Arithmetic AS a Catalyst for Number Sense Development. *Mathematical Thinking and Learning*, *20*(3), 222-247.
DOI: 10.1080/10986065.2018.1474533

Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing Number Sense of Students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics, 99*(2), 61-70.

Shumway, J. F., Bundock, K., King, J., Burnside, M., Gardner, H. & Messervy, F. (2020). Visualizing Number: Instruction for Number System Knowledge in Second-Grade Classrooms. *Investigations in Mathematics Learning, 12*(2), 142–161,
DOI: 10.1080/19477503.2020.1740383

Skolverket (2017). Kommentarmaterial till kursplanen i matematik (reviderad 2017). Skolverket. https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65cb18/1553967410999/pdf3794.pdf

Skolverket (2019a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2019*. (Sjätte upplagan). [Stockholm]: Skolverket. https://www.skolverket.se/download/18.35e3960816b708a596c3965/1567674229968/pdf4206.pdf

Skolverket (2019b). N*ationellt bedömningstöd i taluppfattning årskurs 1–3.* (2019). Skolverket. https://docplayer.se/206123299-Nationellt-bedomningsstod-i-taluppfattning-matematik-i-arskurs-1-3-utgivet-2019.html

Sowder, J., Schappelle, B. (1994) Research into Practice: Number Sense-Making. *Arithmetic Teacher*, *41*(6), 342–45.

Unenge, J., Sandahl, A. & Wyndhamn, J. (1994). *Lära matematik: om grundskolans matematikundervisning*. Studentlitteratur.

Witzel, B. S., Ferguson, C. J. & Mink, D. V. (2012). Number Sense: Strategies for Helping Preschool through Grade 3 Children Develop Math Skills. *YC Young Children*, 67(3), 89.

Yang, D.C. (2019). Development of a Three-Tier Number Sense Test for Fifth-Grade Students. *Educational Studies in Mathematics, 101*(3), 405-424.

Yilmaz, Z. (2017). Young Children's Number Sense Development: Age Related Complexity across Cases of Three Children. *International Electronic Journal of Elementary Education, 9*(4), 891-902. Yeditepe University.

Zaslavsky, C. (2001). Developing Number Sense: What Can Other Cultures Tell Us? *Teaching Children Mathematic*s, *7*(6). 312–319.

Bilaga 1

Tabellen presenterar en översikt över analyserad litteratur.

Författare **Titel** **År** **Tidskrift**	**Land** **Syfte** **Resultat**
Andrews, P & Sayers, J. Identifying Opportunities for Grade One Children to Acquire Foundational Number Sense: Developing a Framework for Cross Cultural Classroom Analyses 2014 Early Childhood Education Journal.	Sverige och Ungern Syftet är att redovisa ett åtta dimensionellt ramverk för att identifiera om det finns möjlighet för barn att uppnå en grundläggande taluppfattning (FONS). Slutsatsen i studien utgår från att kortfattat beskriva begreppet *Foundational number sense (FONS)*. Vidare redogöra forskarna en utvärdering där de tillämpade ramverket under tre europeiska lektioner med varierad kultur. Det gav samma resultat oberoende vilken kultur elever tillhör.
Back, J., Sayers, J. & Andrews, P. The development of foundational number sense in England and Hungary: A case study comparison 2013 Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)	England och Ungern Syftet är att försöka visa vilka möjligheter elever, i två olika kulturella klassrum, har för att uppnå en grundläggande taluppfattning. I jämförandet av dessa två klassrum finner vi ett påvisat resultat som visar att läraren i ena klassrummet hänvisade undervisningen till många fler kategorier som skulle tyda på en främjande utveckling av taluppfattning.
Dunphy, E. The primary mathematics curriculum: enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. 2007 Irish Educational Studies	Irland Syftar till att undersöka den generella definieringen av taluppfattning. Syftar även till att reda på hur taluppfattning beskrivs i läroplanen för de yngsta eleverna i grundskolan samt hur den vägleder lärare. Resultatet visar att dokumentation av elevens lärande kring taluppfattning är ett viktigt element för att identifiera elevens utveckling. Att dokumentera visar även en effektiv och social inlärningsdimension som tillsammans med den kognitiva aspekten av elevers lärande, är positivt.
Faulkner, V. N. The Components of Number Sense: An Instructional Model for Teachers	USA Syftar till att uppmärksamma hur lärare ska få en bättre förståelse till den undervisning de utgör inom matematiken och få förstå det fundamentala i det som de lär ut.

2009 TEACHING Exceptional Children	Resultatet påvisar att det finns en ram inom de olika komponenterna för taluppfattning att hålla sig till och att förstå att alla de olika matematiska komponenterna fungerar som en helhet i undervisningen och elevens inlärning.
Griffin, S. Building number sense with Number Worlds: a mathematics program for young children 2004 Early childhood research quarterly	USA Syftar till att lyfta upp och beskriva taluppfattning i termer av den kunskap som är känd för att ligga bakom den, vilket identifieras i kognitiv utvecklingsteori och forskning. Redogör för ett matematiskprogram som utvecklats och har en utgångspunkt ur fem grundläggande principer. Som i sin tur visar sig vara gynnsam för elever utveckling inom taluppfattning.
Jordan, N. C., Glutting, J. & Raminen, C. The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades 2010 Learning and individual differences	USA Studien syftar till att ta reda på hur viktig taluppfattning är i tidiga åldrar. Syftar även till hur den stärker framtida forskningen. Resultatet synliggör betydelsen för framtida studier samt indikerar likheter mellan matematiska förmågor och utveckling av modersmål. Taluppfattning är viktigt i tidiga åldrar.
Kuldas, S., Sinnakaudan, S., Hashim, S. & Ghazali, M. Calling for the development of children's number sense in primary schools in Malaysia 2017 Education 3–13	Malaysia Artikeln syftar till att granska väsentliga komponenter, teoretiska ramar och numeriska tester inom taluppfattning, för att ge matematiklärare en djupare förståelse för läroplanen. Det är en stark förutsägelse för skolmatematikensprestationer är den tidiga utvecklingen av elevernas taluppfattning. Redogör även vikten av att lära sig; betydelsen av siffror, deras motsvarande representationer, deras inbördes förhållande i operationer och deras användning i beräkningar och lösning av matematiska problem är avgörande för utveckling.
Muir, T. What is a reasonable answer? Ways for students to investigate and develop their number sense. 2012 Australian Primary Mathematics Classroom (APMC)	Australien. Syftet med studien är att upplysa om olika aktiviteter som kan främja elevers förståelse för taluppfattning. Aktiviteterna som studien upplyser har potential till att stödja elevers förståelse för siffror och ger även läraren en mer grundlig syn gällande elevers taluppfattning. Enligt studien är det också uppenbart att liknande aktiviteter stödjer barns utveckling av taluppfattning och dess egenskaper.
Pittalis, M. Pitta-Pantazi, D. & Christou, C.	Cypern. Syftet med studien var att beskriva gestalten samt utvecklingen av tidig taluppfattning.

A Longitudinal Study Revisiting the Notion of Early Number Sense: Algebraic Arithmetic AS a Catalyst for Number Sense Development 2018 Mathematical Thinking and Learning	Forskningsresultaten visade att taluppfattning är en latent struktur av hög ordning, som kan beskrivas som en syntes av tre olika men inbördes relaterade beståndsdelar, nämligen grundläggande aritmetik, konventionell aritmetik och algebraisk aritmetik.
Reys, R., Reys, B., Mcintosh, A., Yang, D-C., Emanuelsson, G. & Johansson, B. Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan and the United States 1999 School Science and Mathematics	Australien, Sverige, Taiwan och USA. Syftet med studien är att framställa ett verktyg inom ett specifikt ramverk för lärare att använda sig av vid undervisning av taluppfattning samt som undersökning i att förstå hur elever tänker kring taluppfattning. Studien resulterar i att de finns många frågor som lärare behöver fundera kring när de kommer till undervisning i taluppfattning. Frågor som studien har en långsiktig plan för och som är tänkt som utveckling för att kvalitetssäkra lärares förberendeande program inom matematiken.
Shumway, J. F., Bundock, K., King, K., Burnside, M., Gardner, H. & Messervy, F. Visualizing Number: Instruction for Number System Knowledge in Second-Grade Classrooms 2020 Investigations in Mathematics Learning	USA. Syftar i huvudsak till andraklasselevers, där de undersöker variationerna och förändringarna i elevers NSK-resultat efter att ha deltagit i en instruktionsbehandling med fokus på att bygga deras NSK genom visuella representationer. Studien ger belägg för att en instruktionsbehandling fokuserad på visuella kvantiteter kopplade till siffror och ekvationer är engagerade och fördelaktiga fr elever i andra klass NSK-lärande. Det kan i sin tur ge indikationer på att NSK-lärande leder till en god utvecklad taluppfattning.
Sowder, J. & Schappelle, B. Research into practice: Number sense-making. 1994 Arithmetic Teacher	USA Syftar till att vägleda lärare till att tillhandahålla ett klassrumsklimat som får eleverna att utveckla bättre taluppfattning. Resultatet visar att elever kan utveckla taluppfattning på många olika sätt, dels genom standardiserad beräkning, men även genom andra strategier som lärare kan anpassa efter elevers mentala inlärning.
Witzel, B. S., Ferguson, C. J. & Mink, D. V. Number Sense: Strategies for Helping Preschool through Grade 3 Children Develop Math Skills 2012 YC Young Children	USA. Syftar till att belysa varför taluppfattning är nödvändig i barns matematikundervisning samt vad som händer om det brister. Forskarna drar en slutsats om att taluppfattning är lika grundläggande för ämnet matematik, som fonologisk medvetenhet är för läsningen. De belyser även vikten av att tidigt identifiera bristfälligheter i elevers taluppfattning och presenterar tre gynnsamma strategier

Yilmaz, Z. Young Children's Number Sense Development: Age Related Complexity across Cases of Three Children. 2017 International Electronic Journal of Elementary Education	Turkiet. Syftar till att undersöka åldersrelaterad komplexitet i utvecklingen hos barn i ung ålder kring kunskap och räkning inom taluppfattning. Studien resulterar i att det finns en signifikant åldersrelaterad komplexitet och förbättringspotential av taluppfattning. De yngre barnen utvecklar inte lika bra taluppfattning än de äldre barnen med mer erfarenhet.
Zaslavsky, C. Developing number sense: What can other cultures tell us? 2001 Teaching Children Mathematics	USA Syftar till att presentera sätt att introducera talsystem från fingerräkning till nummerord, till siffror som uppfunnits av andra kulturer, för att utveckla elevers taluppfattning. Studien uppmanar till att elever i ung ålder ska få möjligheten att upptäcka hur människor i andra länder har räknat och än idag räknar och hur det kan skilja sig åt från deras egna räknesätt eller strategi.