JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Tre gånger så många eller Tre gånger fler

En kvantitativ studie kring hur elever tolkar vanliga aritmetiska jämförelser

KURS: *Examensarbete II, 4-6, 15 hp*
FÖRFATTARE: *Lovisa Johansson*
EXAMINATOR: *Martin Hugo*
TERMIN: *VT16*

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Examensarbete II, 4-6, 15 hp
Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4-6
VT 16

SAMMANFATTNING

Lovisa Johansson

Tre gånger så många eller Tre gånger fler

En kvantitativ studie kring hur elever tolkar vanliga aritmetiska jämförelser

Antal sidor: 30

Matematiska uttryck skall i så stor utsträckning som möjligt vara entydiga – det ska inte råda tveksamhet över vad som menas. Aritmetiska jämförelser borde inte vara något undantag. Därför kan man tycka att det måste vara tydligt vad aritmetiska jämförelser betyder. Men det finns de som hävdar att aritmetiska jämförelser kan betyda olika saker beroende på hur de presenteras.

Syftet med denna studie är att undersöka hur elever i årskurs 4-6 (10-13 år) tolkar aritmetiska jämförelser i matematiska textuppgifter. Med aritmetiska jämförelser menas här proportionella förhållanden som beskriver ett samband, till exempel mellan två storheter. Studien utgår från dessa frågeställningar:

- Skiljer elever på jämförelser som till exempel *tre gånger så många* och *tre gånger fler*?
- Hur uppfattar elever jämförelserna *dubbelt* och *hälften?*
- Skiljer sig tolkningarna mellan pojkar och flickor?
- Skiljer sig tolkningarna mellan elever med svenska som förstaspråk och elever med svenska som andraspråk?

Studien baseras på enkäter från 188 elever. Analysen visar att den absoluta majoriteten av eleverna i studien tolkar *gånger så många* och *gånger fler* som synonyma uttryck. Likaså gör de flesta elever den allmänt vedertagna tolkningen av jämförelserna *dubbelt* och *hälften.*

Sökord: aritmetisk jämförelse, proportionalitetsförhållande, proportionalitet

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Examensarbete II, 4-6, 15 hp
Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4-6
VT 16

ABSTRACT

Lovisa Johansson

Three times as many or Three times more
A quantitative study about how students interpret common arithmetic comparisons

Number of pages: 30

Mathematics should, as far as possible, be expressed unambiguously – there should be no doubt what is meant with a mathematical expression. There is no reason why arithmetic comparisons should be treated differently. However, there are suggestions that arithmetic comparisons could mean different things, depending on how they are presented.

The aim of this study is to investigate how students in the grades 4-6 (age 10-13) interpret arithmetic comparisons in mathematical text assignments. Arithmetic comparisons refer to as proportional relations which describe a relationship, for example between two quantities.

- Do students separate comparisons as three *times as many* and *three times more*?
- How do students interpret the comparisons *double* and *half?*
- Do the interpretations differ between boys and girls?
- Do the interpretations differ between students with Swedish as first language and students with Swedish as second language?

The study is based on a survey in which 188 students participated. The analysis shows that the absolute majority of students in the study interpret *times as many* and *times more* as synonyms. Most students also make the generally accepted interpretation of the comparisons *double* and *half*.

Keywords: arithmetic comparison, proportional relation, proportionality

Innehållsförteckning

1 Inledning 1

2. Syfte och frågeställningar 3

3 Bakgrund 4

3.1 Språk och matematik 4
3.2 Proportionalitet 5

4 Metod och material 7

4.1 Teoretisk utgångspunkt 7
4.2 Urval 7
4.3 Undersökningsmetod 8
4.3.1 Enkätens utformning 8
4.3.2 Pilotstudier 9
4.4 Forskningsetiska krav 9
4.5 Genomförande 10
4.6 Analysmetod 11

5 Resultat 12

5.1 Gånger så många 12
5.2 Gånger fler 14
5.3 Dubbelt så många 18
5.4 Hälften 19
5.5 Resultatsammanfattning 21

6 Diskussion 22

6.1 Metoddiskussion 22
6.2 Resultatdiskussion 23
6.3 Sammanfattning 26
6.4 Vidare forskning 27

7 Referenser 28

Bilaga 1 - Arbetsblad

Bilaga 2 – Brev till elever och vårdnadshavare

1 Inledning

I matematiken vill man ofta hitta konventioner för att matematiken ska vara tydlig och för att undvika missförstånd. För att detta ska vara möjligt krävs att matematiska uttryck och begrepp i så stor utsträckning som möjligt skall vara entydiga. I matematiken förekommer aritmetiska jämförelser, entydigheten i dessa borde inte vara något undantag. Det finns dock de som hävdar att aritmetiska jämförelser kan betyda olika saker beroende på hur de presenteras. Aritmetiska jämförelser förekommer oftast i en språklig kontext vilket gör att elevernas språkliga kunskaper kan ha en betydelse för deras förståelse för jämförelserna.

Det är sedan länge känt att elevers språkkunskaper påverkar deras resultat i matematik (Myndigheten för skolutveckling, 2008). Roe och Taube (2006) menar att elevers läsförståelse avgör hur väl de kan prestera på matematikuppgifter som istället för tal och symboler innehåller ord och meningar. En god läsförståelse gynnar elevernas förståelse för matematik enligt 2003 års PISA-test[1] (ibid.). Då ord och meningar används i matematikuppgifter, istället för tal och symboler, uttrycks inte explicit vilka räknesätt som krävs för att lösa uppgiften. Detta gör att elever upplever svårigheter med sådana uppgifter (Fuentes, 1998). Det verkar alltså som om valet av operation är ett problem, kanske speciellt för elever med svag läsförståelse.

En bok som är oerhört spridd, bland Sveriges matematiklärare och mycket uppskattad är *Förstå och använda tal – en handbok* av McIntosh (2008). I den beskrivs, bland annat, proportionalitetsförhållanden som elever möter i sin vardag. Sådana proportionalitetsförhållanden skulle också kunna kallas aritmetiska jämförelser (Schield, 1999). Enligt McIntosh (2008) behövs en ny tolkning och värdering från gång till gång om vad som menas med en sådan jämförelse. Men McIntosh gör en viktig distinktion mellan *gånger så många* och *gånger fler*. McIntosh slår, till exempel, fast att jämförelsen *tre gånger så många* är detsamma som att multiplicera ursprungstalet med tre, detta synsätt kommer jag genom denna uppsats att kalla för *proportionellt synsätt*. *Tre gånger fler,* menar McIntosh däremot, är att multiplicera med tre och sedan addera ursprungstalet, detta synsätt kommer genom uppsatsen att kallas för det *linjära synsättet*. Schield (1999) beskriver att det är vanligt att dessa två jämförelser likställs och används synonymt. Detta kanske stämmer i en internationell (engelskspråkig) kontext, men jag är fundersam till att det verkligen skulle gälla

[1] Programme for International Student Assessment

för svenskspråkiga elever. Med det som utgångspunkt är syftet med denna undersökning att, förutsättningslöst, undersöka hur elever i årskurs 4-6 tolkar aritmetiska jämförelser i textuppgifter.

Inledningsvis beskrivs syftet för den här studien tillsammans med de frågeställningar som studien utgår från (kap. 2). Efter detta behandlas studiens bakgrund där bland annat språkets roll i matematiken och proportionalitet tas upp (kap. 3). I kapitel 4 beskrivs studiens metod, hur materialinsamlingen genomfördes och hur materialet analyserades. Materialet samlades in på fyra olika skolor (188 elever i årskurs 4-6) i form av en enkätundersökning. För analysen användes en univariat analysmetod. Därefter presenteras resultatet för studien (kap.5) där elevernas svarsfrekvens är uppdelat efter vilken språkbakgrund eleverna har och även efter vilket kön de har. Uppdelningen efter elevernas kön görs eftersom det enligt PISA 2012 (Skolverket, 2013) setts en viss skillnad i pojkar och flickors resultat i matematik. I resultatet behandlas elevernas tolkningar av de aritmetiska jämförelserna: *gånger så många, gånger fler, dubbelt* och *hälften*. Arbetet avslutas med en metoddiskussion följt av en resultatdiskussion (kap. 6).

2. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att undersöka hur elever i årskurs 4-6 tolkar aritmetiska jämförelser i textuppgifter. Syftet uppnås genom att besvara följande frågeställningar:

- Skiljer elever på jämförelser som till exempel *tre gånger så många* och *tre gånger fler*?
- Hur uppfattar elever jämförelserna *dubbelt* och *hälften?*
- Skiljer sig tolkningarna mellan pojkar och flickor?
- Skiljer sig tolkningarna mellan elever med svenska som förstaspråk och elever med svenska som andraspråk?

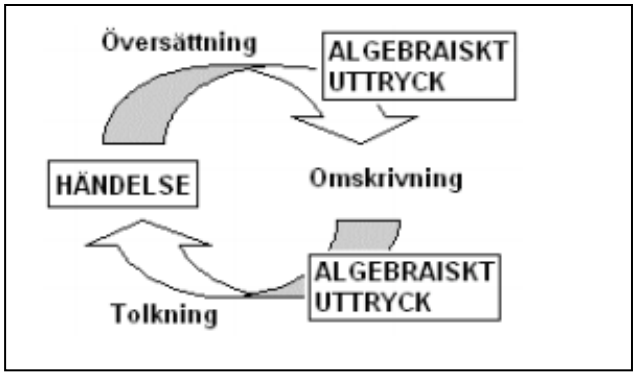
3 Bakgrund

Förståelse för språket påverkar hur elever presterar i matematik. I det här kapitlet beskrivs därför språkets betydelse för förståelse för textuppgifter. Därefter redogörs för proportionalitet, proportionella samband samt aritmetiska jämförelser. Slutligen beskrivs de kunskaper kring proportionalitet som eleverna ska utveckla enligt aktuella styrdokument.

3.1 Språk och matematik

Hur textuppgifter i matematik är utformande kan antingen förenkla eller försvåra elevernas möjlighet att tolka uppgiften. Meningsuppbyggnaden och strukturen i uppgiften påverkar hur eleven uppfattar den. Textuppgifter i passiv form verkar påverka elevers förståelse negativt (Hickendorff, 2013). Dessutom verkar elevernas läsförståelsenivå ha en stor påverkan på deras matematiska förmåga (ibid). Vilenius-Tuohimaa, Aunola och Numi, (2008) hävdar att textuppgifter i matematik mer handlar om läsförståelse än om matematisk förmåga. Trots detta hävdar Myndigheten för skolutveckling (2008) att textuppgifter i matematik inte ska testa elevernas språkliga kunskaper, utan deras matematiska.

En matematisk textuppgift utgår ofta från en vardagsnära situation som eleverna förväntas kunna översätta till tal och symboler för att kunna räkna ut matematikuppgiften (Bergsten, Häggström & Lindberg, 1997). Bergsten et. al. (1997) beskriver det här som en del av den algebraiska cykeln. Den algebraiska cykeln består av tre faser som beskriver hur översättningen från en händelse till ett uttryck sker, hur uttrycket omskrivs och sedan tolkas tillbaka till händelsen (se figur 1).



Figur 1. Den algebraiska cykeln beskriver hur händelser översätts till algebraiska uttryck och hur dessa tolkas. (Bergström, Häggström & Lindberg, 1997, s.15)

I flera studier framkommer att elever har svårt att tolka och översätta en muntlig eller skriftlig information till matematiska symboler (Capraro & Joffiron, 2006; Clement, Lockhead & Monk, 1981; Olteanu, 2007). Hur översättningen går till hos eleven beror helt på vilka begrepp och tankestrukturer som eleven har sedan tidigare (Capraro & Joffrion, 2006; Malmer, 1990).

Cazden (1986) har visat att lärare inte tyckt att det varit nödvändigt med undervisning kring matematikens begrepp, eftersom begreppen ofta exemplifieras med räkneexempel. Vidare menar Laborde, Conroy, De Corte, Lee & Pimm (1990) att lärare använder de ämnesspecifika orden, men att ords betydelse och användning inte behandlas explicit i undervisningen. Dock menar Cazden (1986) att medvetenheten om svårigheter med språket i matematik, på senare tid, har fått ett större utrymme bland lärare grundat på att till exempel matematikinstruktioner har blivit missuppfattade. Enligt Myndigheten för skolutveckling (2008) ska alla lärare, oavsett ämne, arbeta språkutvecklande och i det arbetet ta upp det specifika ämnets språkliga aspekter. Trots detta är det vanligt att elever kommer fram till felaktigheter i sina lösningar på textuppgifter i matematik, vilket vanligtvis grundar sig i att de inte förstått uppgiften eller orden i uppgiften (Möllehed, 2001).

För elever med svenska som andraspråk kan dessa språkliga aspekter av matematiken vara mer försvårande än för elever med svenska som förstaspråk (Lager, 2006). Förutom de språkliga aspekterna menar Hickendorff (2013) att även kontexten i textuppgiften kan vara försvårande för elever med svenska som andraspråk. Hon menar att elever med svenska som andraspråk inte alltid har samma erfarenheter som elever med svenska som förstaspråk. I matematikuppgifter som inte innehåller ord och meningar hävdar Hickendorff (ibid.) att det däremot inte är någon skillnad bland elevernas resultat beroende på deras språkbakgrund.

3.2 Proportionalitet

Proportionalitetsbegreppet och proportionalitetsförhållanden används flitigt i vardagen och Schield (1999) anser att aritmetiska jämförelser både är vanliga och användbara. Detta kan till exempel vara när ett objekt ska avbildas i en specifik skala, till exempel förminskas eller förstoras, eller när två olika mängder, eller längden på två objekt, ska jämföras. Istället för ordet *proportionalitetsförhållanden* skulle man kunna använda begreppet *aritmetiska jämförelser* (ibid.). För att kunna göra sådana jämförelser behövs ord för att beskriva jämförelsen.

Sådana ord skulle kunna vara dubbelt, hälften, mycket, mer, lång, längre, fler (Malmer, 1990). Enligt Lamon (2007) är goda kunskaper i proportionellt tänkande och förståelse för proportionalitet en av förutsättningarna för att lyckas i matematik.

För att utföra vissa textuppgifter krävs det att eleverna har proportionell förståelse. (Möllehed, 2001). Sådan proportionell förståelse skulle kunna vara när elever bestämmer att en grupp med tre barn som ökar till nio är en större förändring, än en grupp med 100 barn som ökar till 150 stycken (Edugains, 2010). När elever ska lösa en uppgift där det är två storheter som är kända och uppgiften är att räkna ut en tredje uppstår ibland tveksamheter kring vilket samband de olika storheterna egentligen har, vilket medför att eleverna inte vet vilket räknesätt de ska använda (Möllehed, 2001). Van De Walle (2007) menar att proportionell förståelse just är att kunna tänka kring och kunna jämföra multiplikativa samband mellan olika kvantiteter.

Enligt Skolverket (2011a) är proportionalitet inom matematik definierat som den konstanta relationen mellan två storheter. Proportionalitet och proportionella jämförelser återfinns i rådande kursplan i matematik (Skolverket, 2011b). I årskurs 1-3 ska eleverna komma i kontakt med olika proportionella samband enligt det centrala innehållet (ibid.). Undervisningen ska innehålla aktiviteter som innehåller de två jämförelserna dubbelt och hälften, vilka beskrivs explicit i kursplanen i matematik. Eleverna i årskurs 1-3 ska få bekantskap med begreppet proportionalitet bland annat genom arbete med geometri och skala (Skolverket, 2011a). Det skulle kunna vara att rita rektanglar som ska bli dubbelt eller hälften så stora (ibid.). I årskurs 3 ska eleverna enligt kunskapskraven för kursplanen i matematik kunna ”[…] ge exempel på enkla proportionella samband i elevnära situationer”(Skolverket, 2011b, s. 67). I årskurs 4-6 ska undervisningen bygga på de kunskaper om proportionalitet som eleverna sedan tidigare har med sig från årskurs 1-3 (ibid.). Enligt Skolverket (2011a) skulle samband som behandlas exempelvis kunna vara att kunna läsa av en karta och att förstå förhållandet 1:100 och vad 100 gånger längre betyder.

4 Metod och material

I det här kapitlet beskrivs vilka teoretiska utgångspunkter jag har haft i denna studie, därefter hur urvalet gått till. Vidare redogörs för vilken undersökningsmetod som använts i studien. I kapitel 4.4 beskrivs hur de forskningsetiska principerna tagits i beaktning i samband med materialinsamlingen. Därefter beskrivs genomförandet av studien och avslutningsvis hur materialet har analyserats.

4.1 Teoretisk utgångspunkt

Syftet med denna studie är att undersöka hur olika elever tolkar aritmetiska jämförelser. Studien har genomförts genom en enkätundersökning för att kvantitativt sett se hur eleverna tolkar jämförelserna. Vidare har studien en positivistisk utgångspunkt där den data som samlades in skulle analyseras på ett kvantitativt sätt. Så som Kihlström (2007) beskriver positivismen innebär det att jag vill använda data för att förklara en del av verkligheten och söka säker kunskap i området. Bryman (2011) pekar även på att det undersökta området och den data som framkommer ska behandlas och ses på ett värderingsfritt, objektivt sätt. Med viss utgångspunkt i det som positivismen står för, att ta reda på och förklara en del av verkligheten, ville jag i denna studie ta reda på hur eleverna tolkade de aritmetiska jämförelserna.

4.2 Urval

Studien har begränsats till att omfatta elever i årskurs 4-6. Eleverna går på fyra skolor i tre olika kommuner. Att de deltagande eleverna kommer från olika skolor och kommuner gör att den geografiska spridningen av deltagarna i undersökningen blir stor. På skolorna som deltog var det heterogen blandning av elever med avseende på deras språkbakgrund. Detta gör in sin tur att chansen är större att urvalet är representativt för alla elever i årskurs 4-6, vilket i sin tur ökar möjligheten att kunna generalisera resultatet till en större grupp.

Av sex kontaktade skolor var fyra skolor villiga att delta i studien. Skolorna som deltagit i studien är sådana som jag har haft kontakt med tidigare, vilket gjorde att kontakten med skolorna blev okomplicerad. Antalet elever som slutligen deltog i studien var 188 stycken, uppdelade i tolv grupper. Insamlingen har skett på plats i klasserna utan påverkan på elevers beräkningar eller svar från deras lärare. Likaså har jag då haft full kontroll över materialet under studien vilket medför ett mindre bortfall.

I analysen av materialet uteslöts fem elevenkäter på grund av att de inte svarat på en eller flera frågor. Detta gjordes eftersom det skulle bli lättare att jämföra elevernas tolkningar från uppgift till uppgift och att det inte skulle vara olika antal elevsvar på alla frågor. Det inre bortfallet gjorde att det antal elevenkäter som till slut användes var 183 stycken. 113 av eleverna hade svenska som förstaspråk och 70 av eleverna hade svenska som andraspråk. Av de 183 eleverna var 105 pojkar och 78 flickor.

4.3 Undersökningsmetod

Jag har valt att undersöka hur elever tolkar aritmetiska jämförelser genom att göra en induktiv enkätundersökning där jag samlat in elevsvar på arbetsblad.

4.3.1 Enkätens utformning

Inför studien utformades ett arbetsblad (se bilaga 1). Arbetsbladet innehåller korta textuppgifter som alla har en aritmetisk jämförelse i texten. Vid utformandet har tankar kring hur uppgifterna ska vara utformade tagits i beaktning. Textuppgifterna har en textföljd som ska vara enkel att förstå. Texten innehåller, till exempel, ingen passiv ordföljd eftersom det är svårare för eleverna att förstå (Hickendorff, 2013). På arbetsbladet förekommer liknande skivningar av alla aritmetiska jämförelser minst två gånger. Uppgifterna har fem svarsalternativ. Anledningen till att det finns flera svarsalternativ är att det skulle bli svårare att gissa sig fram till ett svar. Skulle eleverna gissa rätt på en av uppgifterna, är chansen mindre att de lyckas gissa rätt svar två gånger, till exempel. Uppgifterna har teman som jag tror är vardagsnära för eleverna. På arbetsbladet finns även frågor om elevernas kön, skola och språkbakgrund. Frågan gällande kön finns med för att se om förståelsen skiljer sig mellan pojkar och flickor. Frågorna kring elevernas språkbakgrund finns med för att se om språkbakgrunden kan påverka elevernas tolkningar av de aritmetiska jämförelserna. Vilken

skola eleven går på finns med för att jag i materialinsamlingen skulle kunna hålla reda på hur många enkäter som samlats in från respektive skola.

4.3.2 Pilotstudier

Två pilotstudier genomfördes. Först en i ett brett åldersspann, bredare än vad som var tänkt i den slutliga studien. Sedan i en åldersgrupp som var inom rätt målgrupp (åtta elever i årskurs 4). Att låta elever i rätt åldersgrupp delta i pilotstudien är något som Ejlertsson (2014) menar är viktigt för att få den respons som behövs i förstudien. Varje pilotstudie gav upphov till revideringar i arbetsbladet. I några av frågorna på arbetsbladet fanns först tomma luckor för att få eleverna att själva skriva ett svar. Detta visade sig vara problematiskt, eleverna skrev ett eget svar men ringade även in ett annat svar, vilket gjorde det svårt att förstå hur de tolkade uppgiften. De tomma luckorna togs bort och blev utbytta mot ytterligare ett svarsalternativ. Vidare framkom även några felskrivningar som ledde till ytterligare revideringar av arbetsbladet.

4.4 Forskningsetiska krav

Det finns några forskningsetiska krav (Bryman, 2011; Vetenskapsrådet, 2002) som varje studie av detta slag måste förhålla sig till. Här beskrivs hur dessa olika krav har tillgodosetts i studien.

Informationskravet: Ett informationsbrev skrevs tillsammans med en annan student, Josefine Jonsson, då hon skulle genomföra en parallell studie i samma klasser (Jonsson, 2016). Ett och samma brev kunde därför skickas ut till de flesta av skolorna i studien och användas för båda studierna. Eftersom medstudentens studie endast riktades mot årskurs 5, gjordes en omskrivning av brevet till några skolor där insamlingen skedde från årskurs 4-6 (se bilaga 2). Rektor, ansvariga lärare, vårdnadshavare samt deltagande elever har blivit informerade om syftet med forskningen.

Samtyckeskravet: Rektor, ansvarig lärare, deltagande elever samt vårdnadshavare har själva fått bestämma om de eller deras barn ska delta i studien eller inte. Vårdnadshavare och elever har genom brev fått ta ställning till deltagandet (se bilaga 2).

Konfidentialitetskravet: Kommunerna, skolorna och eleverna som deltar i studien kommer att förbli anonyma.

Nyttjandekravet: Uppgifterna som samlas in i studien kommer endast att användas i det syfte som forskningen avser.

4.5 Genomförande

Datainsamlingen genomfördes på fyra skolor i södra Sverige som alla besöktes av mig och till viss del av mig tillsammans med min studentkollega. Rektor på respektive skola hade innan besöket godkänt vistelsen och lärarna i klasserna hade vidarebefordrat ett informations- och samtyckesbrev till elever och vårdnadshavare. Vid besöket informerades läraren om hur datainsamlingen skulle gå till och hur lång tid som skulle behövas. Efter det presenterade jag mig för klassen och förklarade varför jag var där och att jag skulle uppskatta om de hjälpte mig att genomföra enkäten. Jag påpekade att eleverna skulle läsa uppgiften ordentligt och även läsa igenom *alla* svarsalternativ innan de beslutade sig och ringade in det svar de tyckte passade bäst. Syftet var att undersökningen skulle få större tillförlitlighet genom att jag personligen kunde vara på plats vid insamlingen eftersom jag då vet att eleverna får samma information vid varje tillfälle samt att jag vet att läraren inte hjälper eleverna eller påverkar deras svar. Dessutom får jag förhoppningsvis till ett lägre bortfall eftersom jag är med vid insamlingen och får med mig enkäterna direkt, vilket Björkdahl Ordell (2007) pekar på som en av fördelarna med att vara på plats personligen vid en datainsamling. Själva genomförandet av enkäten tog mellan 5-10 minuter för eleverna. Det gör att eleverna hade i genomsnitt en halv till en minut per uppgift.

4.6 Analysmetod

Studien fokuserar på hur elever tolkar olika aritmetiska jämförelser. I dataanalysen studerades frågorna och elevernas svar var för sig. En sådan metod brukar kallas univariat analys (Bryman, 2011; Christoffersen & Johannessen, 2015). För varje fråga fanns fem olika alternativ att välja mellan. Dessa alternativ klassificeras men rangordnas inte, vilket ofta beskrivs som nominalskala (Bryman, 2011; Ejlertsson, 2014). I och med att data analyserades med en univariat analys tittade jag på en variabel i taget och skapade statistik utifrån denna variabels data. Materialet och elevernas svar samlades i ett exceldokument där varje elevenkät fick ett nummer och därefter fördes elevernas svar in under respektive fråga. Även elevens kön och språkbakgrund fördes in i dokumentet. Därefter lades data från detta dokument in i statistikprogrammet SPSS[2], i enlighet med rekommendation av Björkdahl Ordell (2007). I SPSS utformades frekvenstabeller utifrån variablerna: språkbakgrund och kön. Dessa två variabler beskrivs som kvalitativa kategorivariabler (Ejlertsson, 2014).

[2] Statistical Package for the Social Sciences

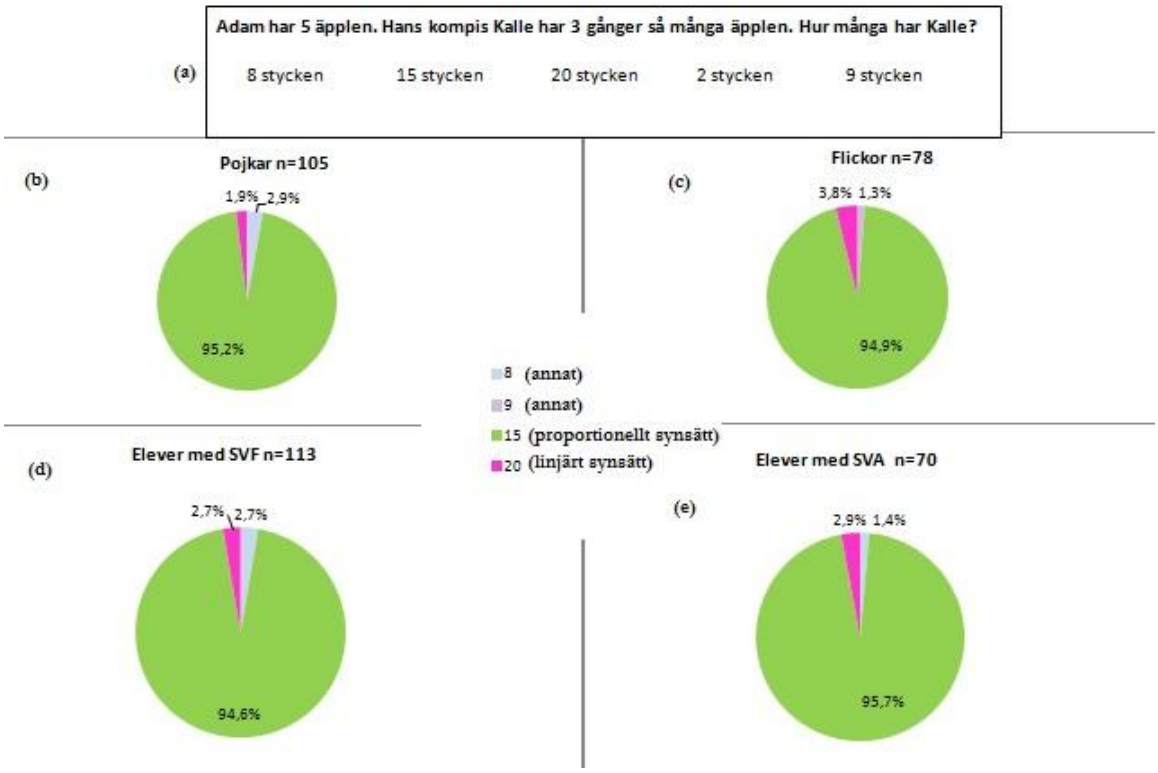
5 Resultat

Resultatet av studien presenteras i stor utsträckning med hjälp av diagram för att på ett konkret sätt visa elevernas svarsfrekvens. I detta resultatavsnitt har två uppgifter ur arbetsbladet uteslutits (andra och femte uppgiften) eftersom de inte kunde kopplas ihop med de andra skrivningarna av de aritmetiska jämförelserna. I resultatet beskrivs först elevernas tolkningar av den aritmetiska jämförelsen *gånger så många*. I efterföljande avsnitt beskrivs elevernas tolkningar av den aritmetiska jämförelsen *gånger fler*. I analysen framkom att två tolkningar av de aritmetiska jämförelserna var betydligt mer vanliga än de andra. Som nämnt i inledningen (kap. 1) väljer jag att kalla två tolkningssätt av de aritmetiska jämförelserna gånger så många och gånger fler för *proportionellt synsätt* och *linjärt synsätt*, vilket kommer användas när jag presenterar resultatet. I kapitel 5.3 visas elevernas tolkning av de aritmetiska jämförelserna dubbelt och hälften. Alla procentsatser i resultatet avrundas till en decimal.

5.1 Gånger så många

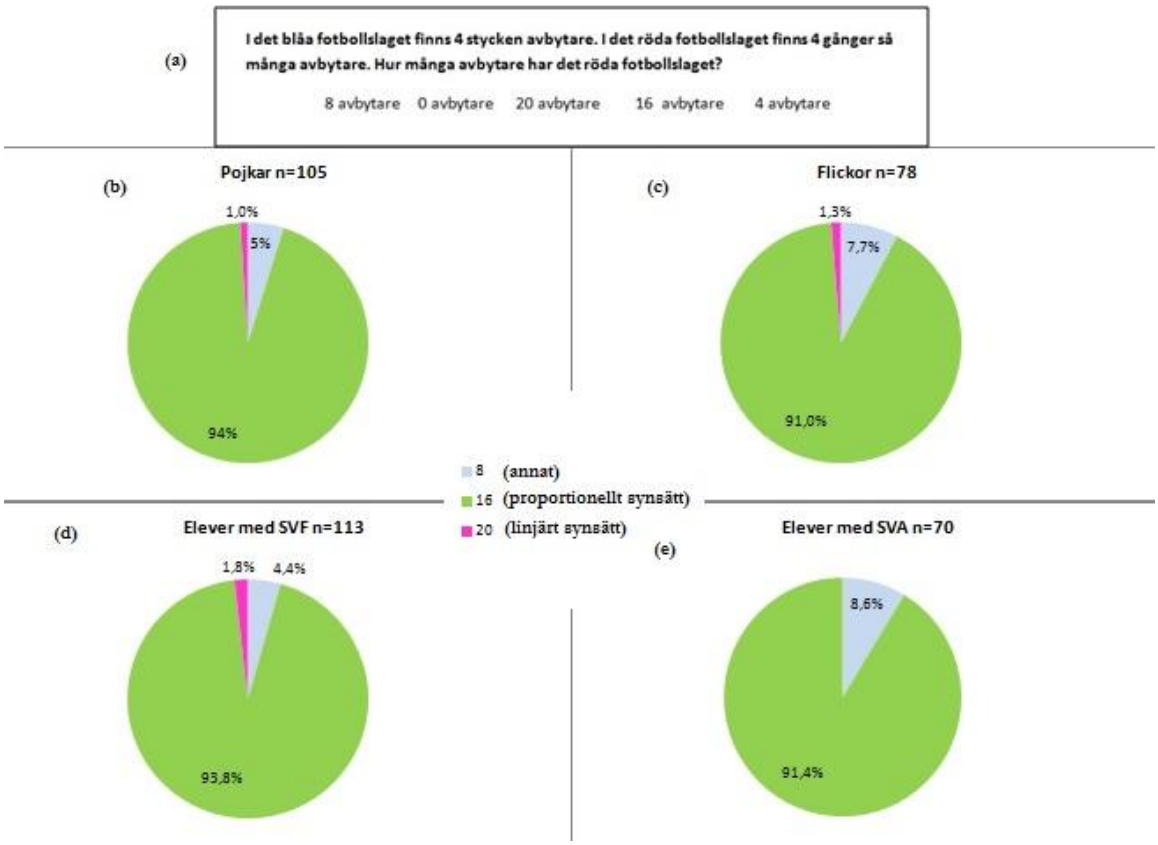
I detta avsnitt presenteras svarsfrekvensen för uppgifterna som innehöll den aritmetiska jämförelsen *gånger så många*. Svarsfrekvensen visas genom fyra olika diagram. De visar svarsfrekvensen för elever med SVF[3], elever med SVA[4] samt svarsfrekvensen uppdelat efter elevernas kön där pojkarnas och flickornas svar är uppdelade i två diagram.

[3] Svenska som förstaspråk
[4] Svenska som andraspråk



Figur 2. (a) Första uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

I svarsfrekvensen för den första uppgiften på arbetsbladet (se figur 2) visades att majoriteten av eleverna (ca: 95 %) valde alternativet ”15 stycken”. Dessa elever kan antas ha ett proportionellt synsätt på den aritmetiska jämförelsen *3 gånger så många*, vilket skulle kunna betyda att de räknat $5 \cdot 3 = 15$. Detta gäller såväl pojkar, flickor, elever med svenska som förstaspråk och svenska som andraspråk. Endast ett fåtal väljer alternativet ”20 stycken”, vilket man kan koppla ihop med ett linjärt synsätt. Det skulle kunna betyda att eleverna har räknat $5 \cdot 3 + 5 = 20$. Det var även ett fåtal som valde ett annat alternativ som inte kan kopplas ihop med något av synsätten (alternativ 8 och 9 stycken).

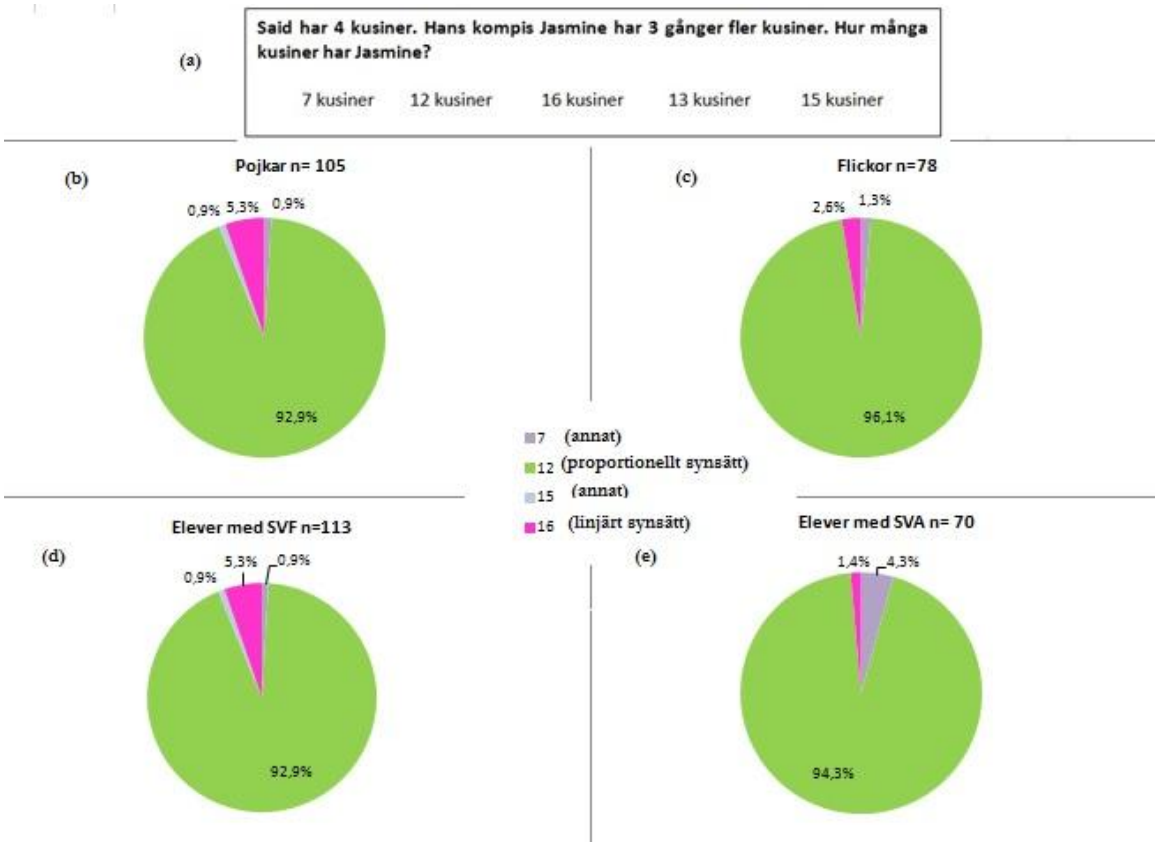


Figur 3. (a) Sjätte uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

I svarsfrekvensen för den sjätte uppgiften som innehöll den aritmetiska jämförelsen *4 gånger så många* visades att majoriteten även här väljer alternativet som skulle kunna kopplas till det proportionella synsättet (16 avbytare). Det skulle kunna betyda att de räknat $4 \cdot 4$=16. I denna uppgift är det endast pojkar och flickor med SVF som valt alternativet ”20 avbytare” som skulle kunna kopplas till det linjära synsättet vilket skulle kunna betyda att de räknat $4 \cdot 4 + 4 = 20$. Ännu en skillnad i svarsfrekvensen för denna uppgift, jämfört med den första uppgiften (se figur 2) är att fler väljer ett annat alternativ än något som kan kopplas ihop med något av synsätten.

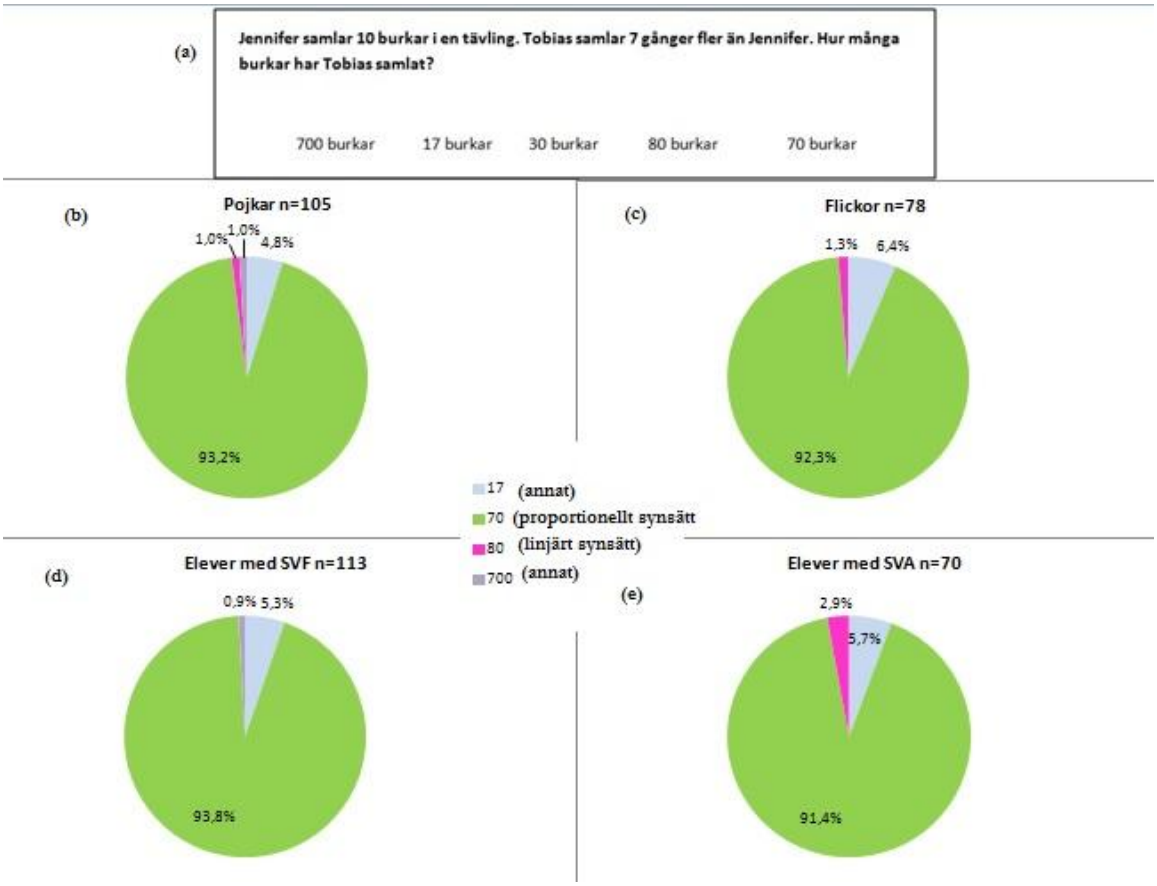
5.2 Gånger fler

I detta avsnitt presenteras svarsfrekvensen för uppgifterna som innehöll den aritmetiska jämförelsen *gånger fler*. Svarsfrekvensen redovisas på liknade sätt som i föregående avsnitt.



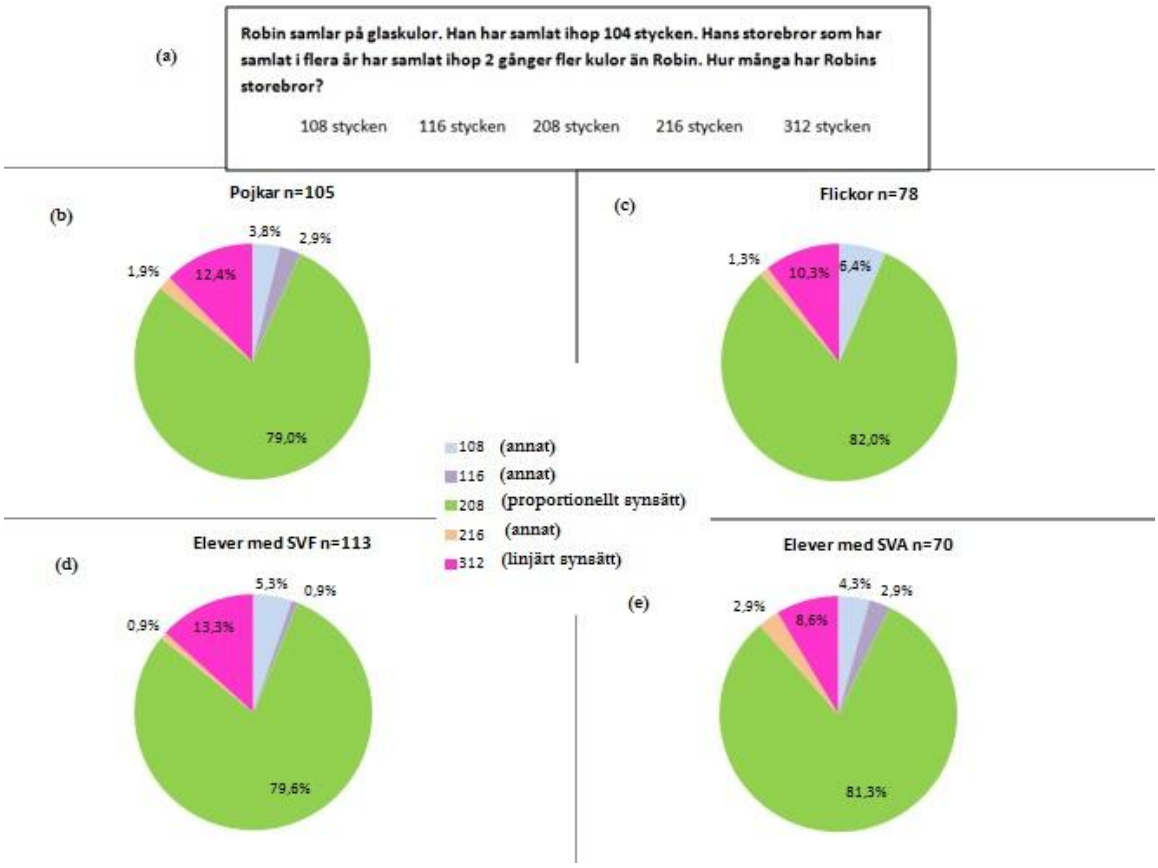
Figur 4. (a) Fjärde uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

I svarsfrekvensen för den fjärde uppgiften, som innehöll den aritmetiska jämförelsen *gånger fler* visades att även här väljer övervägande del det alternativ som är kopplat till det proportionella synsättet (12 kusiner), vilket skulle kunna betyda att de räknat $4 \cdot 3 = 12$. Det är något fler som väljer det alternativ som är kopplat till det linjära synsättet (16 kusiner) vid den aritmetiska jämförelsen *gånger fler* än vid uppgifterna som innehöll den aritmetiska jämförelsen *gånger så många*. Det skulle kunna betyda att de räknat $4 \cdot 3 + 4 = 16$. En mindre andel väljer även ett alternativ som inte kan kopplas till något av de två nämnda synsätten. Av dem är andelen något större bland eleverna med SVA.



Figur 5. (a) Nionde uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

I svarsfrekvensen för den nionde uppgiften var det en något större andel som hade valt ett annat alternativ än de två synsätten, än vid den fjärde uppgiften (se figur 4). Av dem var det något fler flickor än pojkar som valt ett sådant alternativ. I denna uppgift med den aritmetiska jämförelsen *7 gånger fler* var det ytterst få som valde alternativet som skulle kunna peka på ett linjärt synsätt (80 burkar). De som ändå valde detta alternativ kan tänkas ha räknat $10 \cdot 7 + 10 = 80$. Utöver dessa val av alternativ var det även här en majoritet (över 90 %) som valde det alternativ som kan peka på ett proportionellt synsätt (70 burkar), vilket skulle kunna tyda på att de räknat på följande sätt $10 \cdot 7 = 70$.

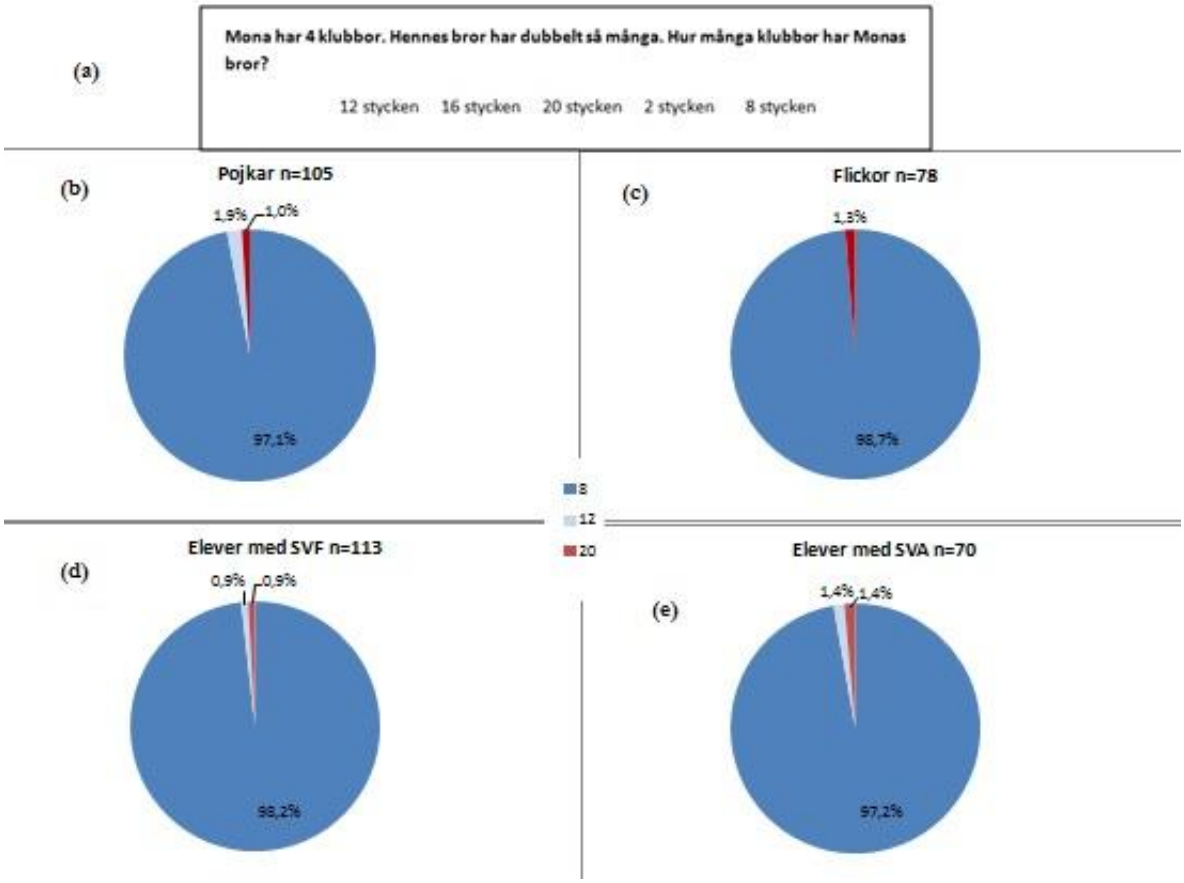


Figur 6. (a) Elfte uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

På arbetsbladet fanns ytterligare en uppgift med den aritmetiska jämförelsen *gånger fler*. I denna uppgift skiljer sig svarsfrekvensen jämfört med de övriga två uppgifter som innehåller *gånger fler* (se figur 6). Elevernas svar är betydligt mer spridda vid denna uppgift som innehåller den aritmetiska jämförelsen *2 gånger fler* jämfört med *4* eller *7 gånger fler*. Andelen som väljer alternativet som pekar på ett proportionellt synsätt (208 kulor) är cirka 80 %, jämfört med cirka 90-95 % på tidigare uppgifter. Det är också en större andel elever som väljer alternativet som kan kopplas till ett linjärt synsätt. Beräkning av denna uppgift med ett proportionellt synsätt skulle kunna betyda att man räknat $104 \cdot 2 = 208$ och med det linjära synsättet, $104 \cdot 2 + 104 = 312$.

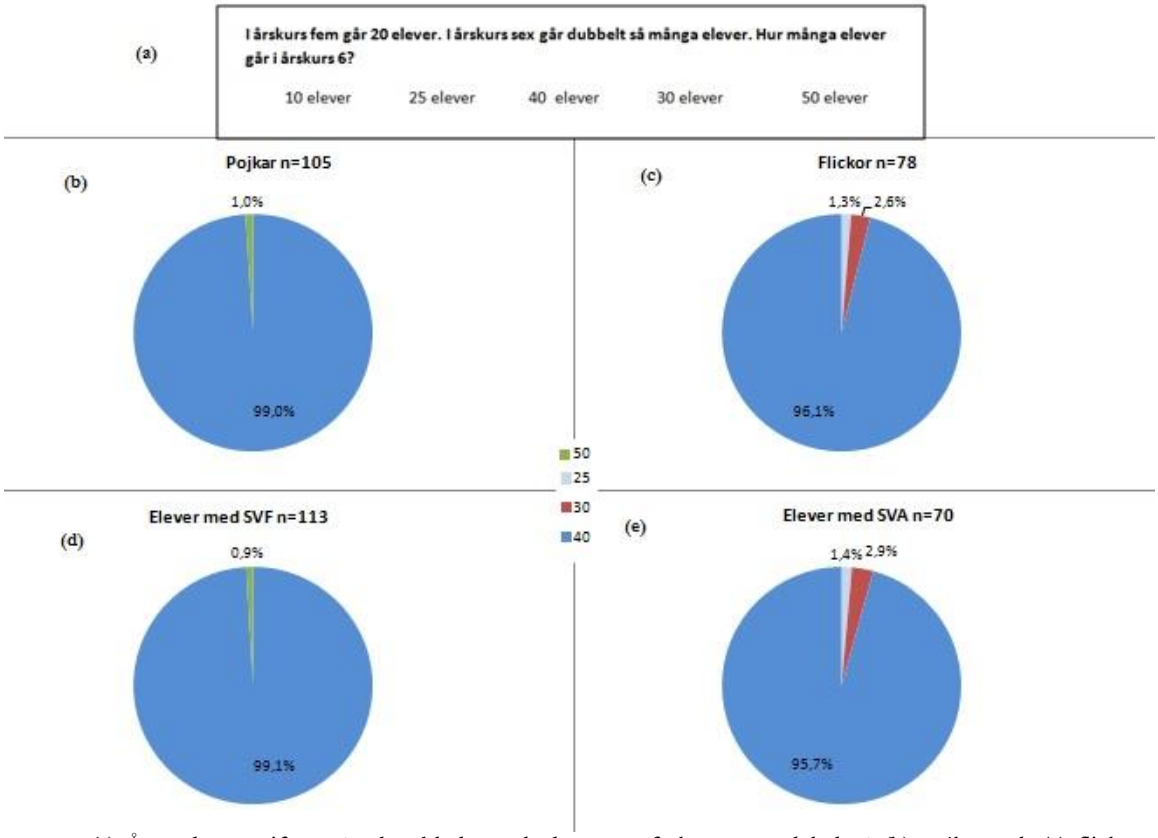
5.3 Dubbelt så många

I detta avsnitt beskrivs elevernas tolkning av den aritmetiska jämförelsen *dubbelt så många* som förekom i två uppgifter på arbetsbladet (se bilaga 1). Dubbelt så många är en allmänt känd och vedertagen aritmetisk jämförelse i vårt samhälle. I följande figurer kommer svarsfrekvensen för elevernas tolkning av denna jämförelse att presenteras, på liknande sätt som i föregående avsnitt.



Figur 7. (a) Tredje uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

I resultatet för denna uppgift (se figur 7) framgår tydligt vilket alternativ som majoriteten anser vara rätt till uppgiften. 97-98 % väljer alternativet 8 klubbor, vilket skulle betyda att de räknat $4 \cdot 2 = 8$. Den aritmetiska jämförelsen dubbelt så många verkar vara entydig och förståelig för nästan alla elever.

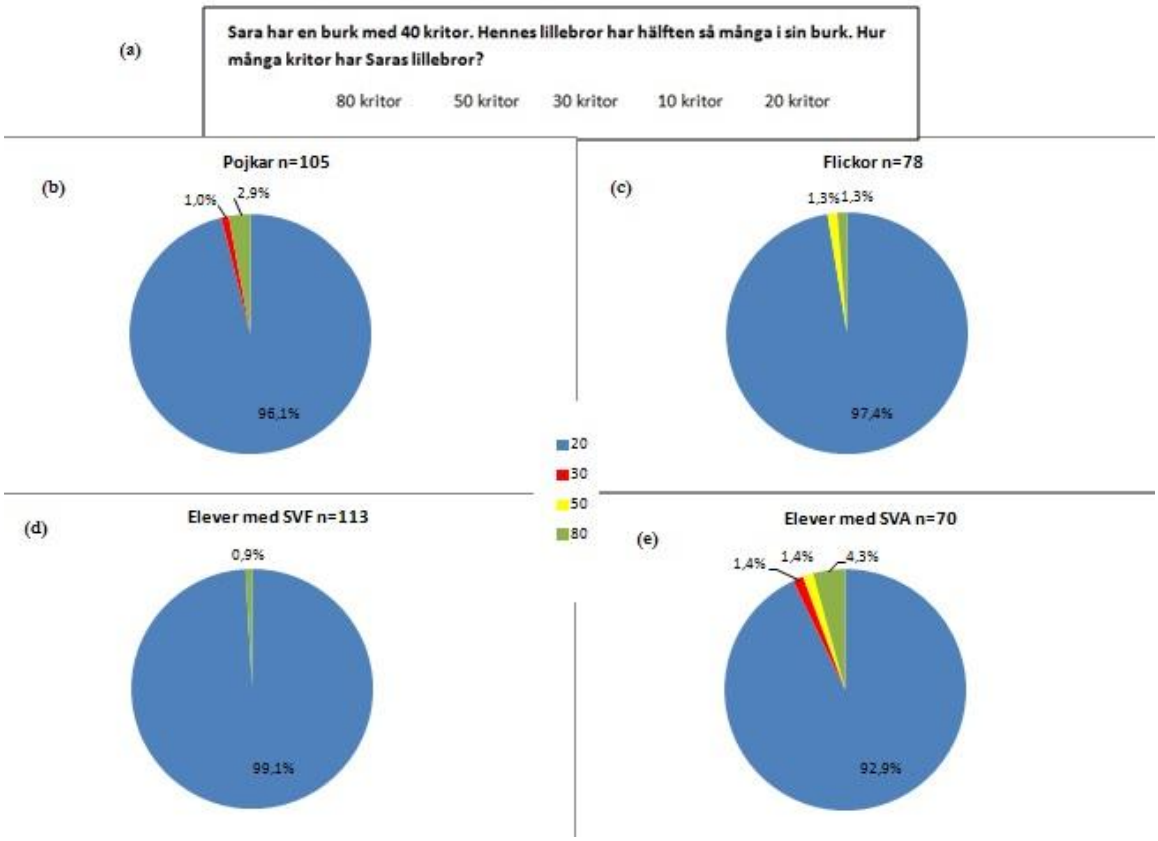


Figur 8. (a) Åttonde uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

Ytterligare en uppgift undersökte hur eleverna tolkade den aritmetiska jämförelsen dubbelt så många. Även i denna uppgift visades att majoriteten hade den allmänt vedertagna tolkningen av den aritmetiska jämförelsen och valde alternativet 40 kulor. Det som skiljer sig något i denna uppgift är att svarsfrekvensen för flickor och elever med SVA skiljer sig något mot svarsfrekvensen för pojkar och elever med SVF. Trots det står det klart att dubbelt så många verkar vara en entydig jämförelse för de flesta eleverna.

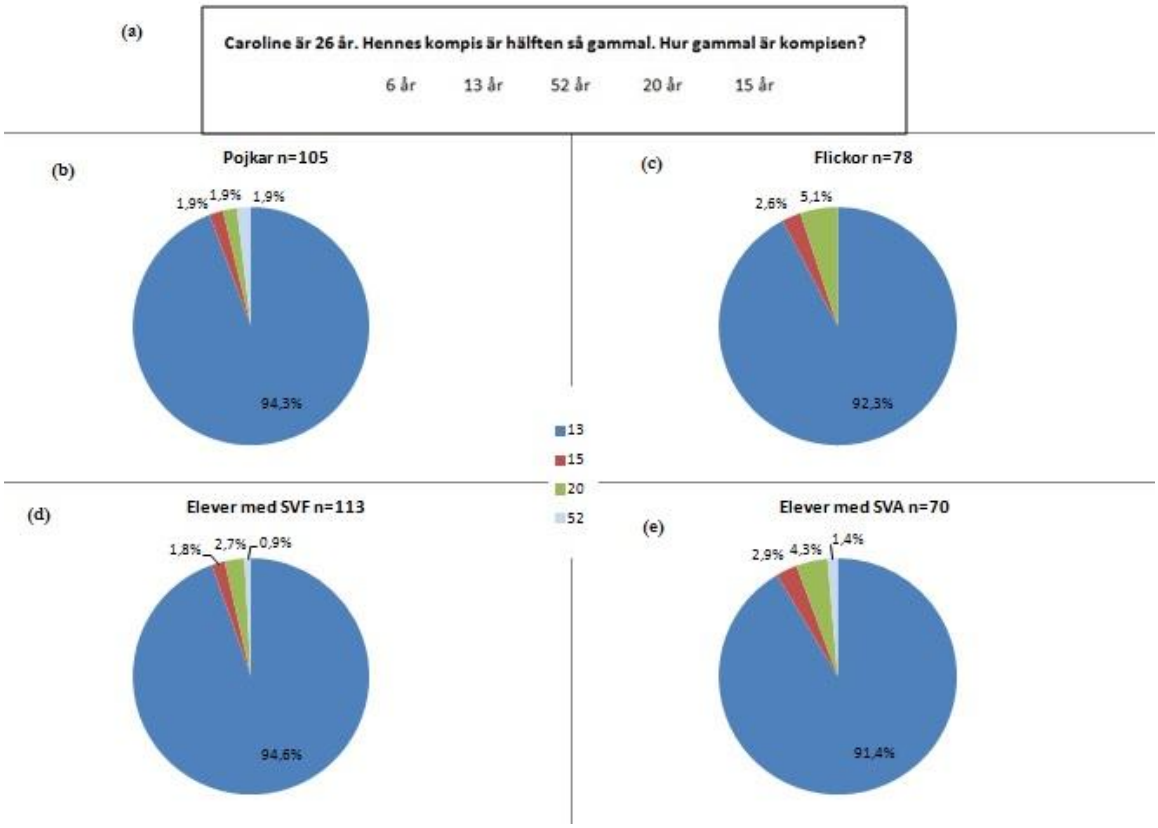
5.4 Hälften

I detta sista avsnitt beskrivs elevers tolkning av den aritmetiska jämförelsen *hälften* som förekom i två uppgifter på arbetsbladet. Hälften, liksom dubbelt, är en aritmetisk jämförelse som ofta används i vår vardag och har en allmänt vedertagen innebörd. I följande figurer (se figur 9 & 10) presenteras elevernas svar, även här på liknande sätt som i tidigare avsnitt.



Figur 9. (a) Sjunde uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

Majoriteten av eleverna valde det alternativ som skulle kunna betyda att de beräknade $\frac{40}{2} = 20$ (20 kritor). Det som står ut i resultatet på denna uppgift är att det är en större andel av eleverna med SVA som väljer ett annat alternativ än 20 kritor. Några elever väljer till exempel alternativet 80 kritor som är dubbelt så många som 40 kritor.



Figur 10. (a) Tionde uppgiften på arbetsbladet, och dess svarsfrekvens uppdelad på (b) pojkar och (c) flickor, respektive (d) elever med svenska som förstaspråk (SVF) och (e) elever med svenska som andraspråk (SVA). Figur i färg.

Svarsfrekvensen för den tionde uppgiften, vilken innehåller den aritmetiska jämförelsen hälften så gammal, skiljer sig från den tredje uppgiften (se figur 9) som innehåller den aritmetiska jämförelsen hälften så många. Spridningen på elevernas svar för denna uppgift är större än i den tredje uppgiften. Några elever väljer till exempel alternativet 52, som är dubbelt så mycket som 26. Denna aritmetiska jämförelse (hälften så gammal) verkar ha varit mer tvetydig för eleverna än hälften så många. Det var något fler av eleverna med SVF som hade den allmänt vedertagna tolkningen än de med SVA.

5.5 Resultatsammanfattning

Resultatet visar att majoriteten av eleverna inte skiljer på jämförelserna *gånger så många* och *gånger fler,* utan ser dem som synonymer. De flesta elever verkar därmed ha ett proportionellt synsätt. När det gäller *dubbelt* och *hälften* väljer majoriteten av eleverna de alternativ som kan kopplas till de som ses som allmänt vedertagna i vardagen.

6 Diskussion

I följande kapitel diskuteras först metoden för denna studie och hur den kan ha påverkat undersökningens resultat (kap.6.1). Kapitlet avslutas med en diskussion kring resultatet i undersökningen (kap. 6.2).

6.1 Metoddiskussion

Uppgifterna ska ha en hög validitet, vilket enligt Bryman (2011) innebär att man mäter det som man har avsett att mäta. Uppgifterna som användes i studien hade en enkel ordföljd utan onödiga språkliga hinder så som exempelvis passiv ordföljd. I och med detta kom fokus att hamna på de aritmetiska jämförelserna, vilket var det som skulle mätas i denna studie. En annan formulering eller kontext hade dock testat något annat, vilket möjligen hade påverkat resultatet. I arbetsbladet fanns dock distraktorer som kan ha fått eleverna att lockas att välja ett visst alternativ. En distraktor var till exempel ett svarsalternativ som var summan av de två ingående talen i textuppgiften. Därav kan flera elever ha valt det alternativet och endast adderat talen. Likaså fanns en distraktor som i uppgifterna med *dubbelt,* var hälften av det ingående talen, vilket är motsatsen till dubbelt. Liknande distraktor fanns i uppgifterna med *hälften* där det fanns ett svarsalternativ som dubbelt så mycket som det ingående talet. Dessa distraktorer kan ha påverkat hur eleverna svarat i de olika uppgifterna

Av de 188 elever som genomförde arbetsbladet blev det ett inre bortfall på fem arbetsblad, beroende på att de fem eleverna hade valt att inte svara på en eller flera frågor. I genomförandet av materialinsamlingen var det inte någon elev som valde att inte delta i undersökningen, vilket var positivt för materialinsamlingen eftersom det då inte blev något ytterligare bortfall. Elevernas spridning, geografiskt sett, får bedömas som tillräckligt stor. Likaså var det positivt att många elever med en annan språkbakgrund än svenska kunde delta i studien.

Reliabiliteten i undersökningen anser jag som hög. Med det menas att resultatet hade blivit detsamma om undersökningen hade gjorts igen utifrån samma krav och förutsättningar (Bryman, 2011). Att reliabiliteten är hög anser jag eftersom det är en stor grupp av elever som gjort enkäten. Det har även blivit liknande svar på de olika skolorna som varit med i

studien. Trots det kan inte resultatet i denna studie generaliseras för alla elever i årskurs 4-6, eftersom det inte gjordes ett slumpmässigt urval. Urvalet begränsades utifrån vissa praktiska och ekonomiska aspekter. Skulle undersökningen genomföras i klasser med liknande sammansättning som de som deltog i denna studie, tror jag dock att resultatet hade blivit liknande.

För att ytterligare, på ett djupare plan, ta reda på hur eleverna tolkar och tänker kring de aritmetiska jämförelserna, hade intervjuer varit ett alternativ. Jag valde enkätundersökning eftersom tiden för datainsamlingen var begränsad (Björkdahl Ordell, 2007). Vidare har denna typ undersökning varit fördelaktig eftersom den tillät många deltagare.

6.2 Resultatdiskussion

Insamlad data visar sammantaget att nästan samtliga elever verkar tolka de artimetiska jämförelserna *gånger så många, gånger fler, dubbelt* och *hälften* på samma sätt. Trots det finns exempel på elevsvar på varje fråga som avvek från majoriteten. Som nämns i metoddiskussionen (kap.6.1), finns det flera distraktorer bland svarsalternativen. Det finns indikationer att dessa påverkat hur eleverna besvarat frågorna. Eftersom distraktorn där de ingående talen har adderas fanns med bland alternativen är det lätt för eleverna att ta de tal de ser och endast addera dem. Denna diskussionsdel är disponerad utifrån de olika aritmetiska jämförelserna.

Gånger så många och *gånger fler*

Det fanns på varje fråga ett alternativ som majoriteten av eleverna tyckte passar deras tolkning av den aritmetiska jämförelsen. Det alternativet verkar, oberoende av vilken fråga som ställs, vara baserat på ett proportionellt synsätt. I jämförelsen gånger så många valde majoriteten alternativet som skulle betyda att de multiplicerade ursprungstalet med det talet som ingår i den aritmetiska jämförelsen, vilket skulle tyda på ett proportionellt synsätt. Även om majoriteten genomgående väljer samma alternativ, varierar eleverna sina tolkningar mellan olika uppgifter. Detta kan bero på vilken kontext som uppgifterna innehöll. Hickendorff (2013) och Vilenius-Tuohimaa et. al. (2008) menar att just kontext speciellt kan påverka elever med svenska som andraspråk och deras förståelse för matematiska problem. Likaså kan bristen på läs- och ordförståelse påverka elevernas tolkningar av de aritmetiska

jämförelserna, samt deras matematiska prestationer. I denna studie har det visat sig att kontexten faktiskt verkar påverka hur elever med svenska om andraspråk svarar, men även hur elever med svenska som förstaspråk svarar. Mellan den första uppgiften och den sjätte uppgiften, som båda innehöll den aritmetiska jämförelsen gånger så många, visas att eleverna är mer samstämmiga i den första uppgiften än i den sjätte uppgiften. I den första uppgiften var kontexten äpplen och i den sjätte uppgiften handlade det om avbytare i ett fotbollslag. Att svarsfrekvensen skiljer sig mellan dessa uppgifter skulle till exempel kunna bero på att ordet avbytare inte är lika bekant för eleverna som äpple. Det verkar även som att det är fler pojkar än flickor som är bekanta med denna kontext, likaså verkar det vara fler elever med svenska som första språk än elever med svenska som andraspråk som är bekanta med denna kontext (se figur 2 & 3). En annan aspekt kan vara att antalet avbytare i fotbollslaget i uppgiften inte är rimligt.

Några elever som valde ett annat alternativ än majoriteten, valde alternativet som skulle kunna betyda att de har adderat de ingående talen eller visade på ett linjärt synsätt. Vidare är det möjligt att några elever har gjort beräkningsfel eller inte klarar av att tolka uppgiftstexten. Att tolka en skriftlig text för att översätta till symboler är något som är en svår uppgift för eleverna (Capraro & Joffiron, 2006; Clement, Lockhead & Monk, 1981; Olteanu, 2007). Saknar eleverna förståelse för kontexten skulle det kunna vara så att den aritmetiska jämförelsen inte uppmärksammas och elevernas svar inte är grundat på den aritmetiska jämförelsen. Min bedömning är dock att det i så fall endast kan röra sig om ett mycket litet antal elever i stickprovet.

Den fjärde, nionde och elfte uppgiften innehöll den aritmetiska jämförelsen gånger fler, vilket enligt McIntosh (2008) och Schield (1999) skulle betyda att man multiplicerar med talet som finns i den aritmetiska jämförelsen och sedan adderar ursprungstalet, $a \cdot b + a$ (linjärt synsätt). Majoriteten av eleverna valde dock även här alternativet som skulle tyda på ett proportionellt synsätt. Det som skiljer uppgifterna med den aritmetiska jämförelsen gånger fler är svarsfrekvensen på den elfte uppgiften som innehöll jämförelsen *två gånger fler*. Där är elevernas svar mer spridda mellan de olika alternativen än vid tidigare uppgifter med formuleringen gånger fler. Jämförelsen två gånger fler verkar vara den som är mest tvetydig i denna studie. Vid ett proportionellt synsätt skulle två gånger fler kunna likställas med den aritmetiska jämförelsen *dubbelt*. Jämförelsen verkar ha förvirrat många elever, eftersom även den jämförelsen finns med på arbetsbladet (se nästa avsnitt). Denna uppgift är den enda som har spridning av svar på alla svarsalternativ. I denna uppgift hade cirka 80 procent valt

alternativet för ett proportionellt synsätt och i övriga uppgifter valdes detta av cirka 90 procent. Det var även en större andel av eleverna som valde alternativet som skulle kunna tyda på ett linjärt synsätt vilket i så fall är den tolkning som McIntosh (2008) menar är statisk för denna aritmetiska jämförelse (gånger fler). *Två gånger fler* kanske inte är en lämplig aritmetisk jämförelse eftersom den inte är entydig för eleverna. Även om majoriteten även på denna uppgift valde ett alternativ som pekar på ett proportionellt synsätt, är inte jämförelsen något som kan ses som allmänt vedertagen.

En ytterligare skillnad mellan den elfte uppgiften och övriga uppgifter var att den var den enda uppgift där talen gick över hundra. Uppgiften var även en av två som inte hade hela hundratal eller tiotal, vilket kan ha påverkat elevernas svar om de till exempel har matematiksvårigheter eller är osäkra på huvudräkning.

Dubbelt* och *hälften

Dubbelt och hälften är begrepp som används i vår vardag, likaså ska eleverna fått bearbeta begreppen i årskurs 1-3 (Skolverket, 2011b). Dessa aritmetiska jämförelser kan ses som självklara, men i denna studie valde jag att inkludera dem. Den aritmetiska jämförelsen *dubbelt* verkar ha varit entydig för eleverna. Den tolkning de gjorde skulle kunna betyda att man ”dubblar” eller multiplicerar med två. En viss skillnad mellan pojkar, flickor, elever med svenska som förstaspråk och andra språk kan dock urskiljas i den åttonde uppgiften. I uppgiften ska man räkna ut hur många elever det går i årskurs 6 där det finns dubbelt så många elever som i årskurs 5 (20 elever). Flickornas och eleverna med svenska som andraspråks svarsfrekvens skiljer sig något mellan den tredje uppgiften och den åttonde uppgiften. Vad detta beror på kan jag endast spekulera i. Eleverna har utöver den tolkning som majoriteten gjorde, även valt ett alternativ som kan innebära att de adderar 5, 10, eller 30 för att välja alternativ. Även i dessa textuppgifter kan det varit kontexten som har påverkat hur eleverna översatt den språkliga informationen till matematik (Hickendorff, 2013), alternativt att de inte förstod den språkliga informationen som fanns i textuppgiften och därmed inte förstod den artimetiska jämförelsen (Capraro & Joffiron, 2006; Clement, Lockhead & Monk, 1981; Olteanu, 2007).

Utöver kontexten finns ytterligare en skillnad mellan uppgifterna som behandlar *hälften så gammal* och *hälften så många*. Gällande uppgiften med *hälften så många* var det ingående talet ett helt tiotal vilket det inte var i uppgiften rörande *hälften så gammal*. Detta skulle kunna vara en

orsak till att ett antal elever verkar tolka uppgifterna olika. I uppgiften som behandlade hälften så många hade cirka 96,1 procent av pojkarna och cirka 97,4 procent av flickorna allmänt vedertagna tolkningen ($\frac{a}{2}$). I uppgiften som behandlade hälften så gammal var det något mindre andel elever som hade denna tolkning. Där har 94,3 procent av pojkarna och 92,3 procent av flickorna valt alternativet som kopplas den allmänt vedertagna tolkningen. En liknande skillnad fanns om man tittade på elevernas språkbakgrund, där svarsfrekvensen för den allmänt vedertagna tolkningen för eleverna med svenska som förstaspråk för uppgiften hälften så många var 99,1 procent och för uppgiften hälften så gammal 94,6 procent. Svarsfrekvensen för det mest förekommande svaret för eleverna med svenska som andraspråk var i uppgiften hälften så många 92, 9 procent till skillnad mot hälften så gammal där det var 91,4 procent.

6.3 Sammanfattning

När man använder begrepp och jämförelser är det viktigt att alla som är berörda vet vad som menas med det begreppet eller den jämförelse som används. Just när det gäller proportionella förhållanden och jämförelser mellan storheter är det viktigt att man vet vilken storhet som ska jämföras med vilken och på vilket sätt.

För att förtydliga det som redan tagits upp i denna diskussion kring resultatet för studien om tolkningarna skiljer sig mellan elever med svenska som förstaspråk och andraspråk, framkom inget större samband mellan vilken tolkning elever gör och vilken språkbakgrund de har. De uppgifter där svarsfrekvensen från eleverna med svenska som andraspråk skiljt sig mest från svarsfrekvensen från elever med svenska som förstaspråk var de som innehöll den aritmetiska jämförelsen *hälften.*

I studien kunde det inte heller urskiljas någon större skillnad mellan pojkarna och flickornas tolkningar. Dock fanns en mindre skillnad i svarsfrekvensen för uppgiften som behandlade den aritmetiska jämförelsen *dubbelt så många* som hade kontexten fotboll (figur 3). Där visades även en mindre skillnad mellan elever med svenska som förstaspråk och svenska som andraspråk.

Jag tycker att en riktlinje i skolan borde vara att arbeta mycket med begrepp i matematikämnet i skolan. Dessutom anser jag att när textuppgifter och aritmetiska

jämförelser kommer upp, att de ska diskuteras och att eleverna får föra resonemang kring vad det de läser eller hör verkligen betyder. Genom att höra varandras resonemang får eleverna en fördjupad förståelse för matematiken.

Efter genomförandet av denna studie är min slutsats att *gånger så många* och *gånger fler* uppfattas synonymt av eleverna. Att två aritmetiska jämförelser, med två olika formuleringar, ska behandlas på samma sätt, gör matematiken svårare för eleverna. En tanke är att dessa två jämförelser kanske inte båda ska användas, eftersom de är tvetydiga för elever. Ett annat angreppssätt skulle kunna vara att diskutera och jämföra jämförelserna för att uppmärksamma hur de används och reflektera kring vad de innebär.

6.4 Vidare forskning

Ett förslag på vidare forskning inom detta område skulle kunna vara att göra en liknande undersökning med lärare. Att undersöka hur lärare tolkar aritmetiska jämförelser skulle vara intressant eftersom det är en stor sannolikhet att lärarnas tolkningar av jämförelserna, avspeglas i elevernas tolkningar om de skulle möta dem i undervisningen.

7 Referenser

Bergsten, C., Häggström, J., & Lindberg, L. (1997). *Nämnaren Tema: Algebra för alla*. Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Björkdahl Ordell, S. (2007). Att tänka på när du planerar att använda enkät som redskap. I J. Dimenäs, (Red.), *Lära till lärare: att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik*. (1. uppl.) s. 84-96. Stockholm: Liber.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber.

Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols?.*Reading Psychology*, *27*(2-3), 147-164.

Cazden, C. B. (1986). Classroom discourse. In M. C. Wittrock (Ed.), Handbook of research on teaching (3rd ed., pp. 432–463). New York: Macmillan.

Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, *88*(4), 286-290.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2015). *Forskningsmetoder för lärarstudenter*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Edugains. (2010). *Proportional Reasoning*. Hämtad 4 maj, 2016, från: http://www.edugains.ca/resources/LearningMaterials/ContinuumConnection/BigIdeasQuestioning_ProportionalReasoning.pdf

Ejlertsson, G. (2014). *Enkäten i praktiken – en handbok i enkätmetodik*. Lund: Studentlitteratur.

Fuentes, P. (1998). Reading comprehension in mathematics. *The Clearing House*, *72*(2), 81-88.

Hickendorff, M. (2013). The Language Factor in Elementary Mathematics Assessments: Computational Skills and Applied Problem Solving in a Multidimensional IRT Framework. *Applied Measurement in Education,* 26:4, 253-278, doi:10.1080/08957347.2013.824451

Jonsson, J. (2016). *Att strukturera och beräkna matematiska uttryck – En studie om hur elever i årskurs 5 hanterar utvecklade aritmetiska uttryck*. Jönköping University. Opublicerat manuskript.

Kihlström, S. (2007). Fenomenografi som forskningsansats. I J. Dimenäs, (Red.), *Lära till lärare: att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik*. (1. uppl.) s. 157-171. Stockholm: Liber.

Laborde, C., Conroy, J., De Corte, E., Lee, L., & Pimm, D. (1990). Language and mathematics. In P. Nesher & J. Kilkpatrick (Red.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 53–69). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lager, C. A. (2006). Types of mathematics-language reading interactions that unnecessarily hinder algebra learning and assessment. *Reading Psychology*,*27*(2-3), 165-204.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning – Toward a Theoretical Framework for research. I F. K. Lester Jr. (Red.) National Council of Teachers of Mathematics. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. Vol. 2. s. 629- 668. Charlotte, NC: Information Age Pub.

Malmer, G. (1990). *Kreativ matematik*. Solna: Ekelund.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet.

Myndigheten för skolutveckling (2008). *Mer än matematik: om språkliga dimensioner i matematikuppgifter*. Stockholm: Myndigheten för skolutveckling.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik, en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9*. Lärarhögskolan i Malmö, Institutionen för pedagogik, Malmö.

Olteanu, C. (2007). *"Vad skulle x kunna vara?" – Andragradsekvation och andragradsfunktion som objekt för lärande*. Doktorsavhandlingar inom den Nationella Forskarskolan i Pedagogiskt Arbete nr 10. Högskolan Kristianstad.

Roe, A., & Taube, K. (2006) How Can Reading Abilities Explain Differences in Maths Performances?. I *Northern Lights on PISA 2003*. s. 129-142. [Elektronisk resurs].. Nordiska ministerrådets förlag.

Schield, M. (1999). Common errors in forming arithmetic comparisons. *Of Significance*.

Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till Kursplanen i Matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011b) *Läroplan för Grundskolan, Förskoleklassen och Fritidshemmet 2011*. Skolverket: Skolverket.

Skolverket (2013). *PISA 2012: 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap*. Stockholm: Skolverket.

Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. (5th ed). New York: Longman.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, *28*(4), 409-426.

Bilaga 1 - Arbetsblad

Hur gammal är du?_____

Pojke ☐

Flicka ☐

Skola: _____

Vilket språk pratar du oftast?_____

Vilket språk pratar du med kompisar?_____

Vilket språk pratar du hemma?_____

Ringa in det svar du tycker passar bäst.

Adam har 5 äpplen. Hans kompis Kalle har 3 gånger så många äpplen. Hur många har Kalle?

8 stycken 15 stycken 20 stycken 2 stycken 9 stycken

Emma cyklar 4 kilometer. Hennes kompis Johannes cyklar 6 gånger längre. Hur många kilometer cyklar Johannes?

10 kilometer 12 kilometer 28 kilometer 18 kilometer 24 kilometer

Mona har 4 klubbor. Hennes bror har dubbelt så många. Hur många klubbor har Monas bror?

12 stycken 16 stycken 20 stycken 2 stycken 8 stycken

Said har 4 kusiner. Hans kompis Jasmine har 3 gånger fler kusiner. Hur många kusiner har Jasmine?

7 kusiner 12 kusiner 16 kusiner 13 kusiner 15 kusiner

En gran är 4 meter hög. Tallen som står bredvid är 5 gånger så hög. Hur hög är tallen?

24 meter 9 meter 18 meter 30 meter 20 meter

I det blåa fotbollslaget finns 4 stycken avbytare. I det röda fotbollslaget finns 4 gånger så många avbytare. Hur många avbytare har det röda fotbollslaget?

8 avbytare 0 avbytare 20 avbytare 16 avbytare 4 avbytare

Sara har en burk med 40 kritor. Hennes lillebror har hälften så många i sin burk. Hur många kritor har Saras lillebror?

80 kritor 50 kritor 30 kritor 10 kritor 20 kritor

I årskurs fem går 20 elever. I årskurs sex går dubbelt så många elever. Hur många elever går i årskurs 6?

10 elever 25 elever 40 elever 30 elever 50 elever

Jennifer samlar 10 burkar i en tävling. Tobias samlar 7 gånger fler än Jennifer. Hur många burkar har Tobias samlat?

700 burkar 17 burkar 30 burkar 80 burkar 70 burkar

Caroline är 26 år. Hennes kompis är hälften så gammal. Hur gammal är kompisen?

6 år 13 år 52 år 20 år 15 år

Robin samlar på glaskulor. Han har samlat ihop 104 stycken. Hans storebror som har samlat i flera år har samlat ihop 2 gånger fler kulor än Robin. Hur många har Robins storebror?

108 stycken 116 stycken 208 stycken 216 stycken 312 stycken

Tack för din medverkan!

Bilaga 2 – Brev till elever och vårdnadshavare

Till vårdnadshavare för elever i årskurs fem

Hej!

Vi är två lärarstudenter som går vår sista termin på Högskolan för lärande och kommunikation. Vi ska inom kort genomföra en studie inför vårt examensarbete. Studien görs i samarbete med forskningsplattformen för matematikdidaktik vid Högskolan i Jönköping och syftar till att skapa ny kunskap om elevers förståelse för matematik och skolans matematikundervisning. Studien avgränsas till att innefatta elever i årskurs fem. Materialinsamlingen kommer att ske genom att eleverna enskilt får besvara ett antal uppgifter på ett arbetsblad. Detta kommer ske under ett ordinarie lektionstillfälle. Eventuellt kommer vi vilja intervjua någon eller några av eleverna vid ett senare tillfälle.

Elevernas deltagande i studien är frivilligt och anonymt. Om eleverna inte vill delta eller ni som vårdnadshavare av någon anledning (oavsett vilken) inte vill att ert barn ska delta i studien meddelar ni detta till läraren. Vi hoppas ju naturligtvis att så många barn som möjligt vill delta.

Med vänliga hälsningar

Lovisa Johansson & Josefine Jonsson

Vid frågor, kontakta oss på:

jolo1216@student.ju.se
jojo1293@student.ju.se

Till vårdnadshavare för elever i årskurs 4-6

Hej!

Vi är två lärarstudenter som går vår sista termin på Högskolan för lärande och kommunikation. Vi ska inom kort genomföra en studie inför vårt examensarbete. Studien görs i samarbete med forskningsplattformen för matematikdidaktik vid Högskolan i Jönköping och syftar till att skapa ny kunskap om elevers förståelse för matematik och skolans matematikundervisning. Studien avgränsas till att innefatta elever i årskurs 4-6. Materialinsamlingen kommer att ske genom att eleverna enskilt får besvara ett antal uppgifter på ett arbetsblad. Detta kommer ske under ett ordinarie lektionstillfälle.

Elevernas deltagande i studien är frivilligt och anonymt. Om eleverna inte vill delta eller ni som vårdnadshavare av någon anledning (oavsett vilken) inte vill att ert barn ska delta i studien meddelar ni detta till läraren. Vi hoppas ju naturligtvis att så många barn som möjligt vill och har möjlighet att delta.

Med vänliga hälsningar

Lovisa Johansson & Josefine Jonsson

Vid frågor, kontakta oss på:

jolo1216@student.ju.se
jojo1293@student.ju.se